



ANÁLISE DE UMA METODOLOGIA DE APOIO À DECISÃO NA SELEÇÃO DE PARÂMETROS DE SIMULAÇÃO

RUI MÁRIO MARTINHO BARBOSA

novembro de 2020

ANÁLISE DE UMA METODOLOGIA DE APOIO À DECISÃO NA SELEÇÃO DE PARÂMETROS DE SIMULAÇÃO

Rui Mário Martinho Barbosa
1160034

2020

Instituto Superior de Engenharia do Porto
Departamento de Engenharia Mecânica

ANÁLISE DE UMA METODOLOGIA DE APOIO À DECISÃO NA SELEÇÃO DE PARÂMETROS DE SIMULAÇÃO

Rui Mário Martinho Barbosa
1160034

Dissertação apresentada ao Instituto Superior de Engenharia do Porto para cumprimento dos requisitos necessários à obtenção do grau de Mestre em Engenharia Mecânica, realizada sob a orientação do Professor Doutor Luís Carlos Ramos Nunes Pinto Ferreira.

2020

Instituto Superior de Engenharia do Porto
Departamento de Engenharia Mecânica

JÚRI

Presidente

Professor Doutor Venceslau Manuel Magalhães Correia

Professor Adjunto, Departamento de Engenharia Mecânica, Instituto Superior de Engenharia do Porto

Orientador

Professor Doutor Luís Carlos Ramos Nunes Pinto Ferreira

Professor Adjunto, Departamento de Engenharia Mecânica, Instituto Superior de Engenharia do Porto

Arguente

Professor Doutor Luís Miguel da Silva Dias

Professor Auxiliar no Departamento de Produção e Sistemas, Escola de Engenharia, Universidade do Minho

AGRADECIMENTOS

Gostaria de agradecer ao Professor Doutor Luís Pinto Ferreira, do Instituto Superior de Engenharia do Porto, pelo seu incansável apoio e dedicação a este projeto. Toda a sua orientação foi incrível e fundamental para a realização desta dissertação.

Também no apoio direto à realização desta dissertação, gostaria de agradecer ao Professor Doutor Stewart Robinson, da Universidade de Loughborough (Inglaterra), que tem muitos artigos publicados na área da presente dissertação, pelo apoio prestado no esclarecimento de dúvidas relativamente aos métodos estudados neste trabalho.

Gostaria também de agradecer aos meus familiares e amigos, principalmente aos meus Pais e Irmã, por todo o carinho e apoio prestados.

Por fim, mas não menos importante, agradecer à minha Mulher pela ajuda, paciência e incansável apoio em todo este processo.

A todos eles, um muito Obrigado!

PALAVRAS CHAVE

Metodologia, Simulação, Período *warm-up*, Número de replicações, Duração da simulação, Simplicidade.

RESUMO

Nos dias de hoje, e com o avançar da tecnologia, a simulação computacional é uma ferramenta cada vez mais usada por parte das empresas e mesmo a nível pessoal. A simulação permite que em poucos minutos consigamos ter uma perspetiva de como um modelo, uma linha de produção, uma rede se irá comportar em termos reais. Permite também que num curto espaço de tempo se consiga simular dias, meses e anos de uma ideia virtual.

Para que uma simulação obtenha resultados mais precisos, existem três parâmetros importantes que devem ser considerados antes da simulação final e que irão permitir que os resultados sejam mais exatos e por sua vez a simulação terá um impacto mais positivo no modelo real. Estes três parâmetros são o período *warm-up*, o número de replicações e a duração da simulação. Assim, esta dissertação tem como objetivo o desenvolvimento de uma ampla revisão da literatura sobre os métodos existentes para estimar os três parâmetros anteriormente mencionados, bem como a apresentação de uma proposta de uma metodologia para a estimação dos mesmos. Pretende-se que esta metodologia seja bastante intuitiva e fácil de ser implementada em qualquer estudo de simulação.

KEYWORDS

Methodology, Simulation, Warm-up period, Number of replications, Simulation length, Simplicity.

ABSTRACT

Nowadays, and with the advancement of technology, computational simulation is a tool increasingly used by companies and even at a personal level. The simulation allows us in a few minutes to get a perspective of how a model, a production line, a network will behave in real terms. It also allows in a short time to be able to simulate days, months and years of a virtual idea.

For a simulation to obtain more accurate results, there are three important parameters that must be considered before the final simulation and which will allow the results to be more accurate and so the simulation will have a more positive impact on the real model. These three parameters are the warm-up period, the number of replications and the duration of the simulation. Thus, this dissertation aims to develop a broad literature review on the existing methods to estimate the three parameters mentioned above, as well as to present a proposal for a methodology for their estimation. It is intended that this methodology is very intuitive and easy to be implemented in any simulation study.

LISTA DE SÍMBOLOS E ABREVIATURAS

Lista de Abreviaturas

GPSS	<i>General Purpose Simulation System</i>
CUSUM	<i>Cumulative Sum</i>
SPC	<i>Statistical Process Control</i>
MCR	<i>Marginal Confidence Rule</i>
MSER	<i>Marginal Standard Error Rules</i>
SIT	<i>Scale Invariant Truncation</i>
I-MR	<i>Individual and Moving Range</i>
MEWMA	<i>Multivariate Exponentially Weighted Moving Avarage</i>

ÍNDICE DE FIGURAS

FIGURA 1 - FORMAS PRINCIPAIS DAS FUNÇÕES DOS DESVIOS INICIAIS	9
FIGURA 2 - METODOLOGIA PARA O CÁLCULO DO NÚMERO DE REPLICAÇÕES (ADAPTADO DE HOAD ET AL., 2007)	31
FIGURA 3 - REPRESENTAÇÃO GRÁFICA DA EVOLUÇÃO DE NSOL* COM O AUMENTO DO NÚMERO DE REPLICAÇÕES USANDO O ALGORITMO (HOAD ET AL., 2007)	33
FIGURA 4 - MÉTODO HEURÍSTICO SINTETIZADO	35
FIGURA 5 - VISÃO GERAL DO PROCEDIMENTO DE ANÁLISE AUTOMATIZADA (STEWART ROBINSON ET AL., 2020)	39
FIGURA 6 - VISÃO GERAL DO PROCEDIMENTO DE ANÁLISE AUTOMATIZADA (ROBINSON, 2005)	40
FIGURA 7- FLUXO DA METODOLOGIA PROPOSTA	42
FIGURA 8 - MODELO LÓGICO	43
FIGURA 9 - MODELO LÓGICO (PARTE 1)	44
FIGURA 10 - MODELO LÓGICO (PARTE 2)	45
FIGURA 11 - MODELO LÓGICO (PARTE 3)	45
FIGURA 12 - MODELO LÓGICO (PARTE 4)	46
FIGURA 13 - MODELO LÓGICO (PARTE 5)	46
FIGURA 14 - MODELO LÓGICO PARA AUXILIAR A ESTIMAÇÃO DA DURAÇÃO DA SIMULAÇÃO	47
FIGURA 15 - MODELO ANIMADO (ARENA)	47
FIGURA 16 - GRÁFICO PARA A ESTIMAÇÃO DO PERÍODO <i>WARM-UP</i>	48
FIGURA 17 – GRÁFICO AMPLIADO PARA ESTIMAÇÃO DO PERÍODO <i>WARM-UP</i>	48
FIGURA 18 - NÚMERO DE SEMENTES	51
FIGURA 19 - SELEÇÃO DO NÚMERO DE REPLICAÇÕES	53
FIGURA 20 - RESULTADOS OBTIDOS	53

ÍNDICE DE TABELAS

TABELA 1 - ETAPAS DE UM ESTUDO DE SIMULAÇÃO	7
TABELA 2 - PROCESSOS DO <i>SOFTWARE</i> ARENA	44
TABELA 3 - MODELO LÓGICO (PARTE 1)	44
TABELA 4 - MODELO LÓGICO (PARTE 2)	45
TABELA 5 - MODELO LÓGICO (PARTE 3)	45
TABELA 6 - MODELO LÓGICO (PARTE 4)	46
TABELA 7 - MODELO LÓGICO (PARTE 5)	46
TABELA 8 – DADOS DO MODELO LÓGICO PARA AUXILIAR A ESTIMAÇÃO DA DURAÇÃO DA SIMULAÇÃO	47
TABELA 9 – NÚMERO DE PEÇAS PRODUZIDAS PARA UM PERÍODO DE SIMULAÇÃO DE 24 HORAS	49
TABELA 10 - ESTIMAÇÃO DA DURAÇÃO DA SIMULAÇÃO	51
TABELA 11 - ESTIMAÇÃO DO NÚMERO DE REPLICAÇÕES	53

ÍNDICE

RESUMO.....	VII
ABSTRACT.....	IX
LISTA DE SÍMBOLOS E ABREVIATURAS.....	X
LISTA DE FIGURAS.....	XII
LISTA DE TABELAS.....	XIV
ÍNDICE.....	XV
1 INTRODUÇÃO	1
1.1 Enquadramento do trabalho.....	1
1.2 Objetivos	1
1.3 Metodologia de investigação	1
1.4 Conteúdo e organização da dissertação	2
2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA E REVISÃO DA LITERATURA	5
2.1 Introdução.....	5
2.2 Estimação do período de <i>warm-up</i>	7
2.2.1 Métodos gráficos.....	11
2.2.1.1 Inspeção de séries temporais (Time-Series Inspection).....	11
2.2.1.2 Gráficos Médios do Conjunto e Regra de Schriber (Ensemble Average Plots and Schriber's Rule)	12
2.2.1.3 Regra das médias cumulativas (Cumulative-Mean Rule).....	12
2.2.1.4 Regra da exclusão das médias cumulativas (Deleting-the-Cumulative-Mean Rule).....	13
2.2.1.5 Gráficos CUSUM (CUSUM Plots)	13
2.2.1.6 Método de Welch (Welch's Method)	13
2.2.1.7 Gráficos de Variância (Variance Plots)	14
2.2.1.8 SPC (Statistical Process Control)	15
2.2.1.9 SPC Modificado (Modified SPC)	16
2.2.2 Métodos Heurísticos	18
2.2.2.1 Regra de Conway ou Regra de Intervalo de Dados Progressivos (Conway Rule or Forward Data-Interval Rule)	18

2.2.2.2	Regra de Conway modificada ou Regra de Intervalo de Dados Inverso (Modified Conway Rule or Backward Data-Interval Rule).....	19
2.2.2.3	Regra de Cruzamento da Média (Crossing-of-the-Mean Rule).....	20
2.2.2.4	Regra da estimativa da auto-correlação (Autocorrelation Estimator Rule).....	21
2.2.2.5	Marginal Confidence Rule (MCR) or Marginal Standard Error Rules (MSER)	21
2.2.2.6	Goodness-of-Fit Test.....	22
2.2.2.7	Heurísticas de Relaxamento (Relaxation Heuristics)	23
2.2.3	Métodos Estatísticos	23
2.2.3.1	Método de regressão de Kelton e Law (Kelton and Law Regression Method)	23
2.2.3.2	Testes de randomização para desvios de inicialização (Randomisation Tests for Initialisation Bias).....	24
2.2.4	Testes de desvios de inicialização	25
2.2.4.1	Teste Máximo de Schruben (Schruben's Maximum Test)	25
2.2.4.2	Teste Modificado de Schruben (Schruben's Modified Test)	26
2.2.4.3	Teste Ótimo (Optimal Test)	26
2.2.4.4	Teste de classificação (Rank Test).....	27
2.2.4.5	Testes baseados em médias de lotes (Batch Means Based Tests).....	27
2.2.5	Métodos Híbridos.....	28
2.2.5.1	Método sequencial de Pawlikowski (Pawlikowski's Sequential Method)	28
2.2.5.2	Método de ponto de truncagem invariante da escala (Scale Invariant Truncation Point Method (SIT))	29
2.3	Estimação do número de replicações	29
2.4	Estimação da duração da simulação	33
3	METODOLOGIAS DE APOIO À DECISÃO NA SELEÇÃO DE PARÂMETROS DE SIMULAÇÃO	39
3.1	Revisão das metodologias existentes para a seleção de parâmetros de simulação	39
3.2	Proposta de metodologia para a seleção de parâmetros de simulação	41
3.3	Implementação e Validação da metodologia	43
3.3.1	Aplicação do método “Inspeção de séries temporais” para a seleção do período <i>warm-up</i> (Robinson, 2004) in (Robinson & Ioannou, 2007).....	48
3.3.2	Aplicação da heurística para a seleção da duração da simulação (Robinson, 1995).....	49
3.3.3	Aplicação do método “Método Gráfico Simples” (Robinson, 2004) in (Hoad et al., 2007).....	52
3.4	Considerações Finais	53
4	CONCLUSÕES E TRABALHOS FUTUROS.....	57
4.1	Contributos do trabalho.....	57

4.2	Dificuldades encontradas e Trabalhos futuros	57
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	61

1. INTRODUÇÃO

1.1. Enquadramento do trabalho

1.2. Objetivos

1.3. Metodologia de investigação

1.4. Conteúdo e organização da dissertação

1 INTRODUÇÃO

Neste capítulo irá ser feita uma introdução, de uma forma sucinta, do tema da dissertação. Inicialmente é mencionado qual é o enquadramento do trabalho, de seguida os seus objetivos, as metodologias de investigação e por fim o seu conteúdo e organização.

1.1 Enquadramento do trabalho

A simulação computacional é uma das ferramentas mais comuns em estudos de pesquisa (Ferreira et al., 2012a). Muitas empresas de manufatura são confrontadas com desafios de rapidamente implementarem sistemas de produção complexos e flexíveis, devido ao facto da concorrência ser cada vez maior a nível global (Ferreira et al., 2012b).

A simulação usando *software* para o efeito é cada vez mais praticada e por vezes, principalmente para os utilizadores menos experientes, é difícil estimar alguns dos seus parâmetros. É perante este cenário que foi sentida a necessidade da criação de uma metodologia de simples implementação para que os utilizadores menos experientes possam dar também o seu contributo em certos estudos de simulação nas suas empresas, por exemplo. Nem todas as empresas têm recursos especializados na área da simulação e por vezes é necessário fazer um estudo, seja para diminuição de custos, recursos ou tempos de implementação.

O trabalho desenvolvido enquadra-se no âmbito da unidade curricular de Projeto/ Dissertação/ Estágio(PDISE) do Curso de Mestrado em Engenharia Mecânica – ramo de Gestão Industrial. O *software* usado para este estudo foi o *Arena Simulation*. Esta escolha deveu-se ao facto de este ser o *software* mais usado em estudos de simulação (Dias et al., 2016).

1.2 Objetivos

Este trabalho tem como principal objetivo desenvolver uma ampla revisão de literatura sobre os métodos existentes para estimar o período *warm-up*, o número de replicações e a duração da simulação, bem como desenvolver uma metodologia para a estimação destes parâmetros, que seja bastante simples de ser usada.

1.3 Metodologia de investigação

No âmbito desta dissertação foi inicialmente realizada uma ampla revisão da literatura sobre os métodos existentes para estimar o período *warm-up*, a duração da

simulação e o número de replicações num projeto de simulação. Depois procurou-se, dentro de cada parâmetro, selecionar os métodos que fossem mais intuitivos e de fácil implementação para o utilizador. Seguidamente, foi proposta uma metodologia baseada nestes métodos e procurou-se validar a mesma através da análise do funcionamento de uma linha de produção.

1.4 Conteúdo e organização da dissertação

Este tópico elabora o conteúdo da dissertação, composta por quatro capítulos, que são subdivididos em subcapítulos para detalhar com mais pormenor o tema do capítulo.

No primeiro capítulo, intitulado por “Introdução”, é dado a conhecer o enquadramento do trabalho bem como o seu objetivo e a metodologia proposta. No segundo capítulo, “Fundamentação teórica e revisão da literatura”, é apresentado um detalhado trabalho de pesquisa em vários artigos, *papers* e livros sobre o tema principal da dissertação. O capítulo três, intitulado por “Metodologias de apoio à decisão na seleção de parâmetros de simulação”, é o capítulo principal do trabalho. É neste capítulo que todos os esforços são postos em prática e todos os pontos cruciais da dissertação são detalhados. Por fim, no quarto capítulo, “Conclusões”, é feita uma análise crítica e construtiva dos resultados obtidos no capítulo três. No final são apresentadas as referências bibliográficas.

2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA E REVISÃO DA LITERATURA

2.1. Introdução

2.2. Estimação do período *warm-up*

2.3. Estimação do número de replicações

2.4. Estimação da duração da simulação

2 Fundamentação teórica e revisão da literatura

O presente capítulo descreve a fundamentação teórica e a revisão da literatura efetuadas no âmbito da elaboração desta dissertação. Assim são abordados diversos tópicos, tais como: conceito de simulação, período *warm-up*, métodos gráficos, abordagens heurísticas, métodos estatísticos, testes de tendência de inicialização, métodos híbridos, duração da simulação e número de replicações.

2.1 Introdução

A simulação permite a imitação do comportamento de um sistema usando um modelo desenvolvido no computador (Ferreira et al., 2010) e fornece a capacidade de rapidamente prever o mérito que determinadas decisões irão ter no contexto do processo produtivo (Ferreira et al., 2003). O objetivo de usar a simulação como uma ferramenta de apoio à decisão é a de avaliar a *performance* de um sistema durante um específico período de tempo (Ferreira et al., 2012). A complexidade dos sistemas de produção, nos dias de hoje, vem justificando a utilização de técnicas de simulação para prever os efeitos de alterações a sistemas existentes, ou como ferramentas de *design*, para prever o desempenho de novos sistemas sob várias circunstâncias (Banks et al., 2005; Ferreira et al., 2005). A construção de um modelo de simulação tem várias vantagens (Fishman, 2001):

- Permite ao investigador organizar as suas observações empíricas acerca do sistema;
- Conduz à melhoria do entendimento do sistema;
- Permite ter uma perspetiva da necessidade de detalhe do estudo;
- Reduz o tempo de execução da análise;
- Fornece uma estrutura para testar a necessidade e conveniência da realização de modificações ao sistema;
- Permite controlar mais fontes de variação do sistema que o estudo do próprio sistema;
- É mais fácil de manipular e é geralmente menos dispendioso do que o estudo direto do sistema real.

Devido à sua versatilidade, a simulação pode ser aplicada a diversas áreas de atividade, como por exemplo na produção, na construção civil, na gestão de projetos, nas atividades militares, na logística e gestão de transportes e também na área da saúde (Banks et al., 2005). Segundo (Ilar, 2008) in (Ferreira et al., 2013), um projeto de simulação bem sucedido é aquele que produz informação útil, dentro de um intervalo

de tempo adequado, para suportar a tomada de decisão. Para que um estudo de simulação seja eficaz e conduza à obtenção de resultados satisfatórios deverá seguir um conjunto de passos descritos na Tabela 1.

Etapas	Descrição
1 – Formulação do problema	Todos os estudos devem iniciar pela formulação do problema. Esta poderá ser efetuada pelo cliente (a pessoa/entidade que tem o problema que se pretende resolver) ou pelo analista (o responsável pela condução da simulação) (Banks et al., 2005). Por vezes os clientes não conseguem especificar claramente o problema, pelo que à medida que o estudo evolui e se obtém mais informação, é possível que o cliente necessite de reformular o problema (Law, 2003).
2 - Definição de objetivos e do plano geral do projeto	A definição dos objetivos do estudo de simulação possibilita a identificação das questões que têm que ser respondidas pelo estudo, o que permite por sua vez determinar o nível de detalhe do modelo (Law, 2003). O plano geral do projeto deve incluir o âmbito do estudo, a definição das suas fases e respetivos prazos, os recursos humanos disponíveis, o custo do estudo, os seus indicadores de desempenho e os resultados esperados no final de cada fase (Banks et al., 2005; Law, 2003).
3 - Recolha de dados e construção de um modelo concetual	A recolha de dados está intrinsecamente ligada à construção do modelo, uma vez que a complexidade do modelo afeta a quantidade e o tipo de dados que é necessário recolher (Banks et al., 2005). São necessários dados sobre a estrutura do sistema e respetivos procedimentos de operação e documentar todas as suposições e algoritmos num modelo concetual. O nível de detalhe do modelo criado depende dos objetivos do projeto, da informação disponível, das medidas de desempenho, da opinião dos clientes e das restrições ao nível de tempo e recursos (Law, 2003).
4 – Programação do modelo	O analista terá que decidir se irá programar o modelo numa linguagem de simulação ou se irá utilizar um <i>software</i> específico para simulação, como o <i>Arena</i> , <i>AutoMod</i> , <i>Extend</i> , <i>SIMUL8</i> , entre outros. Utilizando a linguagem de simulação obtém-se maior controlo do programa e custos mais baixos de aquisição de <i>software</i> ; por outro lado, a utilização de um <i>software</i> de simulação permite reduzir o tempo de programação, bem como os custos gerais do projeto (Law, 2003).
5 – Modelo verificado?	Pretende-se verificar se o programa de computador está a funcionar de forma correta ou se é necessário efetuar alguma correção. Se os parâmetros de entrada e a estrutura lógica do modelo estiverem representados corretamente no computador considera-se que a verificação está concluída (Banks et al., 2005).
6 – Modelo Validado?	Como em qualquer projeto de simulação, a validação do modelo construído é uma fase muito importante (Ferreira et al., 2012). A validação do modelo prende-se com a comparação do seu desempenho com o desempenho do sistema real e a

	consequente calibração do modelo até que este atinja uma precisão considerada aceitável (Banks et al., 2005; Law, 2003). Por outro lado, é também importante que os resultados do modelo estejam de acordo com a forma como os clientes entendem que o sistema deve operar, para que o modelo seja validado (Law, 2003).
7 - Design, execução e análise de experiências de simulação	O analista irá definir quais as configurações do sistema que devem ser simuladas, sendo igualmente necessário definir diversos pontos importantes da simulação, tais como a duração da execução, a duração do período de <i>warm-up</i> e o número de replicações independentes do modelo. Após a execução da simulação deve proceder-se à análise dos resultados obtidos para que sejam estimadas as medidas de desempenho do modelo e se verifique se é necessário executar o modelo novamente para a obtenção de mais resultados (Banks et al., 2005; Law, 2003).
8 – Documentação e apresentação de resultados	A documentação do estudo de simulação deve incluir o modelo conceitual, uma descrição detalhada da linguagem ou <i>software</i> de simulação utilizado e os resultados e conclusões do estudo (Law, 2003). Os resultados do estudo devem ser reportados claramente num relatório que permita ao cliente ter uma visão alargada das condições do estudo e das soluções recomendadas para o problema inicial (Banks et al., 2005).

Tabela 1 - Etapas de um estudo de simulação

2.2 Estimação do período de *warm-up*

Este é um dos subcapítulos principais na revisão bibliográfica desta dissertação uma vez que fala de um dos parâmetros essenciais deste trabalho, o período de aquecimento (*warm-up period*).

O objetivo dos estudos de simulação em estado estacionário é estimar as características a longo prazo do sistema. Para estimar as medidas de desempenho a longo prazo, o modelo de simulação é executado por um certo período. Na maioria dos modelos de simulação os itens são iniciados vazios e inativos. Em quase todas as vezes, essas condições diferem da condição do estado estacionário. Devido a isso, o modelo de simulação leva algum tempo para atingir o estado estacionário. Durante esse período, o modelo é considerado transitório (Ingalls & Mahajan, 2004).

É também importante que um modelo seja tratado adequadamente para evitar qualquer desvio na estimativa dos parâmetros de simulação de um modelo estacionário. Uma das principais abordagens neste tema para lidar com o transitório inicial é executar a simulação por um período de aquecimento e depois excluir esses dados do estudo (Robinson, 2007). Usando esta forma de pensar, uma pergunta é inevitavelmente feita: Qual será a duração do período *warm-up*?

Os técnicos de simulação usam normalmente técnicas simples de determinação do período de *warm-up* mas esses métodos podem não ser suficientemente rigorosos

para obter resultados exatos (Robinson, 2007). Várias pesquisas e estudos foram feitos para tentar perceber os melhores métodos e cálculos na determinação do período *warm-up*. Foram usadas, principalmente, duas abordagens (Nelson, 1992) in (Robinson, 2007):

- **Data deletion:** Esta abordagem consiste em correr o modelo de simulação num estado *warm-up* até este chegar ao estado estacionário e depois eliminar o tempo de aquecimento (*warm-up*). A chave desta abordagem é determinar o comprimento do período de *warm-up*. Se estiver subestimado, então haverá um desvio nos resultados da simulação. Se o comprimento do período de *warm-up* estiver superestimado, então há resultados do teste que são desperdiçados e o número de experiências que podiam ser feitos naquele período de teste é menor.
- **Intelligent initialization:** Nesta segunda abordagem, o modelo é colocado numa condição inicial realista desde o início. O principal desafio desta abordagem é determinar o que constitui um estado inicial realista.

Estas duas abordagens têm o mesmo objetivo: colocar o modelo numa condição real de teste a partir do momento em que os dados começam a ser recolhidos (Robinson, 2007).

Segundo (Hoad et al., 2010), o desvio de inicialização ocorre quando um modelo é iniciado num estado "irrealista", ou seja, os dados recolhidos durante o período *warm-up* de uma simulação podem ser enganosos e enviesar a medida de resposta estimada. A remoção do desvio de inicialização é, portanto, importante para obter estimativas precisas do desempenho do modelo. Existem cinco métodos principais para lidar com o desvio da inicialização (Robinson, 2004) in (Hoad et al., 2010):

1. Modelo inicial para um período de *warm-up* até atingir uma condição realista (estado estacionário para simulações infinitas) e depois excluir os dados recolhidos do período *warm-up*;
2. Definir as condições iniciais no modelo para que a simulação comece numa condição realista;
3. Definir as condições iniciais parciais, "aquecer" o modelo e excluir os dados de *warm-up*;
4. Executar o modelo por um período muito longo, causando o efeito de polarização insignificante;
5. Estimar os parâmetros de estado estacionário a partir de uma execução curta da simulação.

Existem 5 formas principais das funções dos desvios iniciais. Estas formas foram retiradas da literatura e apresentam-se na Figura 1 (Cash et al. 1992; Spratt 1998; White et al. 2000) in (Hoad et al., 2010).

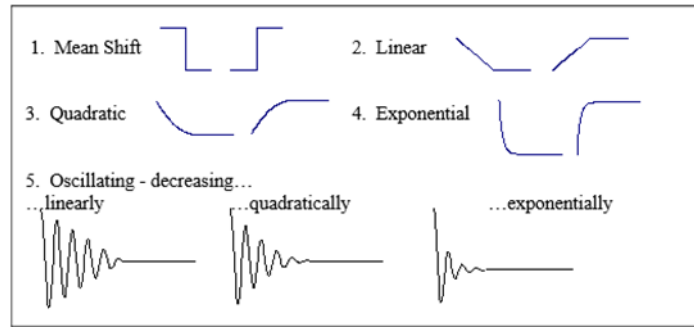


Figura 1 - Formas principais das funções dos desvios iniciais

A estas 5 formas estão associadas as seguintes fórmulas estatísticas:

1. *Mean Shift*:

$$a(t) = \begin{cases} QM, & t = 1, \dots, L \\ 0, & t = L + 1, \dots, n \end{cases} \quad \text{+ve function:} \quad \text{(Equação 1)}$$

$$a(t) = \begin{cases} -QM, & t = 1, \dots, L \\ 0, & t = L + 1, \dots, n \end{cases} \quad \text{-ve function:} \quad \text{(Equação 2)}$$

2. *Linear*:

$$a(t) = \begin{cases} \left(\frac{QM}{1-L}\right)(t-L), & t = 1, \dots, L \\ 0, & t = L + 1, \dots, n \end{cases} \quad \text{+ve function:} \quad \text{(Equação 3)}$$

$$a(t) = \begin{cases} -\left(\frac{QM}{1-L}\right)(t-L), & t = 1, \dots, L \\ 0, & t = L + 1, \dots, n \end{cases} \quad \text{-ve function:} \quad \text{(Equação 4)}$$

3. *Quadratic*:

$$a(t) = \begin{cases} \frac{QM(L-t)^2}{(L-1)^2}, & t = 1, \dots, L \\ 0, & t = L + 1, \dots, n \end{cases} \quad \text{+ve function:} \quad \text{(Equação 5)}$$

$$a(t) = \begin{cases} -\frac{QM(L-t)^2}{(L-1)^2}, & t = 1, \dots, L \\ 0, & t = L + 1, \dots, n \end{cases} \quad \text{-ve function:} \quad \text{(Equação 6)}$$

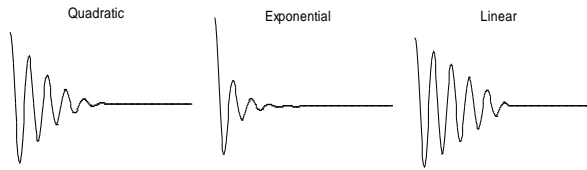
4. Exponential:

$$a(t) = \begin{cases} QM \left[\exp \left\{ \frac{\ln \left(\frac{QM}{k} \right)}{(L-1)} \right\} \right]^{(1-t)}, & t = 1, \dots, L \\ 0, & t = L+1, \dots, n \end{cases} \quad \text{+ve function:} \quad \text{(Equação 7)}$$

$$a(t) = \begin{cases} -QM \left[\exp \left\{ \frac{\ln \left(\frac{QM}{k} \right)}{(L-1)} \right\} \right]^{(1-t)}, & t = 1, \dots, L \\ 0, & t = L+1, \dots, n \end{cases} \quad \text{-ve function:} \quad \text{(Equação 8)}$$

5. Oscillating (decreasing):

$$a(t) = \begin{cases} \pm MQ(\text{DecreasingFn}) \sin \left(\frac{\pi}{f} t \right), & t = 1, \dots, L \\ 0, & t = L+1, \dots, n \end{cases} \quad \text{(Equação 9)}$$



$$\text{DecreasingFn} = \begin{cases} \text{Linear} & \left(\frac{t-L}{1-L} \right) \\ \text{Exp} & \exp \left\{ \left(t - \frac{f}{2} \right) \ln \left(\frac{k}{L} \right) \right\} \\ \text{Quad} & \frac{\left(L - \left(t - \left(\frac{f}{2} - 1 \right) \right) \right)^2}{(L-1)^2} \end{cases} \quad \text{(Equação 10)}$$

A avaliação dos diferentes métodos pode ser efetuada utilizando diversos critérios, nomeadamente:

- *Precisão e Robustez* (Hoad et al., 2010), onde se verifica se o método permite obter uma estimativa concisa da média;
- *Simplicidade* (Robinson & Ioannou, 2007), que pretende avaliar se o método é acessível e transparente ou requer cálculos complexos;
- *Pressupostos e Generalidade* (Robinson & Ioannou, 2007) ou unicamente *Generalidade* (Hoad et al., 2010), onde se avalia se o método pode ser utilizado em situações diversificadas (ex. diferentes conceitos iniciais) ou se está restrito a circunstâncias específicas;
- *Tempo despendido no computador* (Hoad et al., 2010), que verifica a duração da análise preliminar vs duração da simulação, e a

- *Facilidade de Implementação* (Robinson & Ioannou, 2007) ou *Facilidade Potencial de Automação* (Hoad et al., 2010), que permite verificar se a abordagem é facilmente automatizável, ou se requer um elevado número de interações ou a estimativa de um grande número de parâmetros, o que poderá comprometer a sua automatização. Este último critério está ligado ao critério *Estimativa de Parâmetros* (Robinson & Ioannou, 2007), que pretende avaliar se o método exige que seja estimado um elevado número de parâmetros.

De todos os artigos lidos e revistos, existem métodos e tipos de métodos que se destacam. Passam de seguida a descrever-se alguns dos métodos mais usados na literatura: os métodos gráficos, os métodos heurísticos, os métodos estatísticos, os testes de viés de inicialização e os testes híbridos.

2.2.1 Métodos gráficos

Este tipo de método depende da inspeção visual das séries temporais da simulação, ou seja, os métodos gráficos necessitam sempre da análise e interação humana. O envolvimento do analista na decisão pode ser algo de vantajoso, mas pode por outro lado conduzir a várias interpretações de resultados, dependendo da sua experiência. Alguns dos métodos gráficos requerem igualmente o uso de estatísticas cumulativas, como por exemplo o método de Welch, conhecidas por sobrestimar o comprimento do período *warm up*, desperdiçando assim dados valiosos de estudo (Robinson, 2007).

Entre todos os métodos gráficos conhecidos destacam-se os seguintes: Inspeção de séries temporais (*Time-Series Inspection*), Gráficos Médios do Conjunto e Regra de Schriber (*Ensemble Average Plots and Schriber's Rule*), Regra das médias cumulativas (*Cumulative-Mean Rule*), Regra da exclusão das médias cumulativas (*Deleting-the-Cumulative-Mean Rule*), Gráficos CUSUM (*CUSUM Plots*), Método de Welch (*Welch's Method*), Gráficos de Variância (*Variance Plots*), SPC (*Statistical Process Control*) e SPC modificado (*Modified Statistical Process Control*). A sua descrição apresenta-se nas secções seguintes.

2.2.1.1 Inspeção de séries temporais (*Time-Series Inspection*)

Neste método o período de *warm-up* é estimado através da inspeção de séries temporais de *outputs* estatísticos chave, como por exemplo a taxa de transferência horária ou tempos de espera individuais (Robinson, 2004) in (Robinson & Ioannou, 2007). A duração do *warm-up* é selecionada como sendo o ponto no qual a série temporal tende a variar em redor de uma média constante. Além disso, se o modelo incluir uma animação, poderá ser útil verificar a execução do modelo para determinar quando este parece entrar num estado realista. A principal vantagem desta abordagem é a sua simplicidade, sendo acessível a qualquer utilizador de simuladores. Além disso,

não requer a estimativa de qualquer parâmetro, nem se baseia em qualquer suposição. Este método parece ser bastante utilizado. Contudo, este depende de uma avaliação subjetiva e é *afetado* provavelmente pela experiência do analista. É bastante provável que padrões subtis nos dados passem despercebidos se os dados forem ruidosos. A precisão do método deve, portanto, ser questionada (Robinson & Ioannou, 2007).

2.2.1.2 *Gráficos Médios do Conjunto e Regra de Schriber (Ensemble Average Plots and Schriber's Rule)*

Esta abordagem é similar à inspeção de séries temporais exceto quando uma série de replicações é efetuada e as médias das replicações são agrupadas em lotes de tamanho b . A média dos lotes (média do conjunto) é então calculada e representada graficamente. O período de *warm-up* é selecionado desde o ponto no qual a série tende a variar em redor de uma média constante. A regra de *Schriber* adiciona mais formalidade à abordagem uma vez que requer que as médias dos k lotes mais recentes não podem diferir por mais do que um valor δ (Robinson & Ioannou, 2007).

Estes métodos são relativamente simples e o uso de replicações e de médias dos lotes irão provavelmente reduzir a auto-correlação e flutuação dos dados, o que ultrapassa um problema do método de inspeção das séries temporais. Os métodos requerem, contudo, a estimativa de alguns parâmetros, o que pode *afetar* a precisão do período estimado de *warm-up* (Robinson & Ioannou, 2007).

Se a regra de *Schriber* for aplicada é necessário determinar igualmente os valores de k (número de lotes) e de δ . Não há nenhum guia específico para o fazer, exceto o facto de *Wilson e Pritsker* terem usado $k=2$ para determinar o período de *warm-up* de um sistema M/M/1 (Wilson e Pritsker, 1978) in (Robinson & Ioannou, 2007). Pawlikowski, contudo, refere que o uso de apenas dois lotes pode conduzir a uma subestimativa do período de *warm-up* (Pawlikowski, 1990).

2.2.1.3 *Regra das médias cumulativas (Cumulative-Mean Rule)*

Seguindo uma série de replicações, as observações são calculadas e as médias cumulativas da série temporal resultante são representadas. O período de *warm-up* é selecionado no ponto onde a média cumulativa se torna estável (Robinson & Ioannou, 2007).

Esta regra tem mais uma vez a vantagem de ser muito simples e não requer a estimativa de nenhum parâmetro exceto o número de replicações a realizar. Esta também reduz flutuações dos dados. Esta regra foi testada por *Gafarian* e apresenta-se como sendo conservadora, sobre-estimando o período de *warm-up*, estando assim a desperdiçar dados (Gararian et al, 1978) in (Robinson & Ioannou, 2007). *Pawlikowski e Roth* fizeram observações semelhantes. Aparentemente este é um método mais adequado para estimar a média de estado estacionário do que a duração do período de *warm-up* (Pawlikowski, 1990); (Roth, 1994) in (Robinson & Ioannou, 2007)).

2.2.1.4 Regra da exclusão das médias cumulativas (*Deleting-the-Cumulative-Mean Rule*)

Banks et al (2001) in (Robinson & Ioannou, 2007), combinando os dois métodos anteriores, calculou as médias de lote e as médias cumulativas dessas médias. As médias de lote iniciais eram então apagadas uma por uma, e novas médias cumulativas eram calculadas, até que fosse aparente que os desvios de inicialização tinham sido removidos. O período de *warm-up* era determinado pelo número de lotes e, portanto, de observações, que tinham sido removidos (Robinson & Ioannou, 2007).

Uma vez que este método é uma junção dos dois anteriores, aplicam-se a este as mesmas vantagens e desvantagens. Embora esta abordagem requiera o uso de médias cumulativas, tal é mitigado até certo ponto pela remoção dos lotes iniciais. Removendo os lotes que contêm o viés de inicialização, a média cumulativa irá estabilizar mais rapidamente e por isso o método será menos conservador do que a regra das médias cumulativas (Robinson & Ioannou, 2007).

2.2.1.5 Gráficos CUSUM (*CUSUM Plots*)

Uma abordagem usando gráficos de CUSUM, creditada a *Schruben*, é descrita por (Nelson, 1992) in (Robinson & Ioannou, 2007). As estatísticas CUSUM são traçadas para uma série de dados de uma única e longa replicação. Os viés negativos na parte inicial da séries serão mostrados por valores acima de zero, e vice-versa para viés positivos. Quando não existe nenhum viés de inicialização, e portanto não é necessário um período de *warm-up*, os pontos do gráfico vão flutuar à volta de zero. Quando existe viés de inicialização, as observações são apagadas até ser aparente que a parcialidade dos dados tenha sido removida. Nelson, 1992 in (Robinson & Ioannou, 2007) sugere que a utilização das médias de uma série de replicações e a colocação dos dados em lotes poderá melhorar esta abordagem.

A abordagem é apelativa por ser simples e não necessitar da estimativa de quaisquer parâmetros, a menos que sejam usadas múltiplas replicações e médias de lote. Não há nenhuma suposição específica a basear esta abordagem. O método é, contudo, subjetivo, e é passível de ser *afetado* por flutuações nos dados, embora provavelmente em menor grau do que no método de inspeção de séries temporais. Os gráficos CUSUM não parecem ter sido testados na literatura como método de estimativa do período de *warm-up*, pelo que não há informações relativamente à sua eficácia (Robinson & Ioannou, 2007).

2.2.1.6 Método de Welch (*Welch's Method*)

Este método é baseado no cálculo e criação de gráficos para médias móveis. Tendo executado uma série de replicações, as médias móveis com uma janela de tamanho *w* são calculadas para as médias das observações de cada replicação. O tamanho da janela

aumenta até que o traçado das médias móveis se torna “razoavelmente liso”. O período de *warm-up* é selecionado no ponto onde o traçado se torna liso. Law e Kelton, 2000 in (Robinson & Ioannou, 2007) sugerem que $10 \leq w \leq m/2$, onde m é o número de observações feitas numa replicação. O método é simples e ganhou uma grande aceitação. Muitos autores recomendam o seu uso acima de todos os outros. O método de Welch é explicado nos seguintes passos (Law and Kelton, 2000) in (Ingalls & Mahajan, 2004):

1. Fazer n replicações da simulação, cada uma com tamanho de execução m . Considerar Y_{ji} como sendo a observação i da replicação j . i (número de observações) pode ter valores de 1 a m , e j (número de replicações) pode ter valores de 1 a n .
2. Calcular as médias do conjunto sobre as replicações. Estas serão as \bar{Y}_i , onde:

$$\bar{Y}_i = \sum_{j=1}^n \frac{Y_{ji}}{n} \text{ para } i = 1, 2, \dots, m$$

(Equação 11)

3. Definir uma média móvel $\bar{Y}_i(w)$ para suavizar as oscilações de alta frequência em $\bar{Y}_1, \bar{Y}_2, \dots, \bar{Y}_m$. w é a janela, e é um número inteiro positivo menor ou igual a $m/4$. $\bar{Y}_i(w)$ é calculado por:

$$\bar{Y}_i(w) = \frac{\sum_{s=-w}^w \bar{Y}_{i+s}}{2w+1} \text{ para } i = w+1, w+2, \dots, m-w$$

(Equação 12)

$$\bar{Y}_i(w) = \frac{\sum_{s=-(i-1)}^{i-1} \bar{Y}_{i+s}}{2i-1} \text{ para } i = 1, 2, 3, \dots, w$$

(Equação 13)

4. Calcular $\bar{Y}_i(w)$ para $i = 1, 2, \dots, m-w$ e escolher L como o valor de i além do qual $\bar{Y}_i(w)$ parece ter convergido (Ingalls & Mahajan, 2004).

2.2.1.7 Gráficos de Variância (Variance Plots)

Gordon (1969) in (Robinson & Ioannou, 2007) sugeriu que a presença do desvio de inicialização pode ser examinada através do estudo do comportamento da variância. Na ausência de dados transitórios de inicialização, espera-se que a variância seja proporcional ao número de observações n e o desvio-padrão inversamente proporcional a \sqrt{n} . Assim, para uma série temporal $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ o período de *warm-up* é selecionado no ponto onde o gráfico ($\log n, \log \hat{\sigma}[\bar{X}(n)]$) se torna aproximadamente linear, com inclinação de -0,5. De acordo com Gordon basta executar algumas replicações.

Este método não é tão simples ou intuitivo como os que se concentram na média. Em termos de eficácia alguns autores como *Wilson, Pritsker e Gafarian*, testaram o método num sistema M/M/1 e concluíram que sobrestima de forma considerável o

transitório inicial . Por outro lado, *Pawlikowski* sugere que a utilização do método em combinação com outras abordagens para estimar a variância pode ter algumas vantagens (Robinson & Ioannou, 2007).

2.2.1.8 SPC (Statistical Process Control)

Robinson (2002) descreve um método baseado no controlo estatístico do processo. É construído um gráfico de controlo a partir de uma série temporal de *outputs* da simulação e o transitório inicial é identificado como sendo o ponto onde os dados passam a estar dentro do controlo (estado estacionário). De forma a lidar com a potencial não-normalização e auto-correlação na série temporal os dados são loteados.

Embora este método requeira o cálculo dos parâmetros do gráfico de controlo, este processo pode ser automatizado e por isso é relativamente fácil de implementar. Uma vez que vários utilizadores de simulação estão familiarizados com a interpretação de gráficos de controlo, a abordagem é também relativamente simples. Há, no entanto, alguma subjetividade na interpretação destes gráficos. O relatório apenas reporta resultados para um modelo e por isso não é possível avaliar a sua precisão. As suposições principais são a necessidade de independência e normalização dos dados, que pode restringir a aplicação deste método, mesmo com o loteamento dos dados. Além disso, 5 parâmetros têm que ser estimados: média, variância, número de replicações, duração da execução e tamanho dos lotes (Robinson & Ioannou, 2007).

Este método requer múltiplas replicações. O modelo tem 4 passos. Y_{ij} representam as observações em cada replicação, onde i é o número de observações e j o número de replicações. Calcular as médias do conjunto, tal como efetuado no método de Welch (Equação 11) (Robinson, 2007).

As médias do conjunto $\{\bar{Y}_i: i = 1, 2, \dots, m\}$ são colocadas em b lotes de tamanho k . O tamanho dos lotes é então selecionado de forma a que as médias de lote resultantes passem o teste Anderson Darling de normalização e o teste de Von Neumann de correlação. É recomendado um mínimo de 20 médias de lote.

A série temporal resultante após a criação dos lotes é representada por:

$$Y_{(k)} = \{\bar{Y}_1(k), \dots, \bar{Y}_b(k)\} \quad (\text{Equação 14})$$

Um gráfico de controlo é gerado para a série temporal descrita acima. A estimativa da média da população (μ) e desvio-padrão (σ) são calculadas para a última metade da série $y(k)$. Depois de calcular a média e o desvio-padrão, os limites de controlo são calculados usando a fórmula:

$$CL = \hat{\mu} \mp z\hat{\sigma}/\sqrt{b/2}, \text{ em que } z=1, 2 \text{ e } 3 \quad (\text{Equação 15})$$

Um gráfico de controlo é construído mostrando os três limites de controlo, a média ($\hat{\mu}$) e a série temporal $Y_{(k)}$. O estado estacionário é atingido quando o processo

está no controlo e se mantém no controlo. De seguida apresentam-se as regras para identificar se o processo está fora do controlo, identificados por (Robinson, 2007):

- Um ponto cai fora do limite de controlo do 3-sigma;
- Dois de três pontos consecutivos caem fora do limite de controlo do 2-sigma;
- Quatro de cinco pontos consecutivos caem fora do limite de controlo do 1-sigma;
- Oito pontos consecutivos caem de um dos lados da média;
- Os pontos iniciais caem todos do mesmo lado da média.

(Shi et al., 2011) identificaram igualmente as regras para identificar se o processo está fora do controlo, com mais dois pontos além dos mencionados acima:

- Seis pontos consecutivos traçam um incremento ou decréscimo;
- Catorze pontos consecutivos apresentam flutuação.

Verifica-se ainda uma diferença no quarto ponto. Enquanto (Robinson, 2007) se refere a oito pontos consecutivos a cair de um dos lados da média, (Shi et al., 2011) referem-se a nove.

2.2.1.9 SPC Modificado (Modified SPC)

À medida que os modelos se alteram de fixos para aleatórios, de uni-variável para multivariáveis, de amostras amplas para amostras pequenas, mais análises são necessárias para assegurar a credibilidade dos sistemas de simulação. Para os sistemas de simulação de estado estacionário os parâmetros estáveis não puderam ser obtidos antes da execução do sistema, e os valores iniciais foram sempre diferentes dos valores em estado estacionário. O método SPC (*Statistical Process Control* – Controlo Estatístico do Processo) é um método popular de *warm-up*, mas quando a variável é multivariada e o tamanho da amostra é pequeno este método pode não funcionar corretamente. Este método assume a normalização dos dados e uma baixa auto correlação, utilizando amostras amplas (Shi et al., 2011).

O objetivo de (Shi et al., 2011) é descrever uma abordagem SPC modificada para determinar o período de *warm-up* para o *output* de um modelo de simulação de eventos discretos, para amostras multivariadas e de tamanho reduzido:

- **Amostras pequenas:** No gráfico do SPC tradicional o período inicial de trânsito seria selecionado em amostras de grande dimensão. Contudo, no caso de amostras reduzidas, o gráfico SPC tradicional não é adequado (Shi et al., 2011).
 - I-MR (*Individuals and Moving Range*) é uma combinação de gráficos de controlo usados para monitorizar a variabilidade do processo e inclui gráficos de controlo individuais e gráficos de controlo de intervalos móveis. Estes podem ser utilizados para lidar com amostras pequenas e uni-variadas (Shi et al., 2011).

- A tabela da Média Móvel Exponencial Ponderada Multivariada (*Multivariate Exponentially Weighted Moving Average - MEWMA*) para indivíduos pode ser usada para amostras pequenas e multivariadas (Shi et al., 2011).
- **Multivariadas:** As regras para determinar se um gráfico de controlo está a apresentar dados que estão fora do controlo não são adequadas quando a variável passa de uni-variada para multivariada. O método tradicional SPC poderia ser enriquecido com o gráfico *Hotelling's T²* que podia ser usado no controlo de qualidade, especialmente para variáveis multivariadas, decidindo se o sistema atinge o estado estacionário (Shi et al., 2011).

O objetivo da simulação de um estado estacionário é o estudo do comportamento a longo prazo do sistema de interesse. Os dados de uma simulação deste tipo podem ser considerados como estando “controlados”, enquanto os dados durante uma fase transitória podem ser considerados como “fora do controlo”. Assim, parece ser possível que os métodos SPC possam ser usados para detetar o ponto em que o *output* da simulação está num estado estacionário (Shi et al., 2011).

Em primeiro lugar, executar o sistema de simulação e reunir dados de *output* é essencial. Uma série temporal dos dados de *output* dos parâmetros-chave pode ser reunida, e representada por Y_{ij} , onde i é o número de observações e j o número de replicações. Determinar o tamanho do lote como $k=1$. As médias da amostra em cada observação podem ser calculadas através de (Shi et al., 2011):

$$\bar{Y}_i = \sum_{j=1}^n \frac{Y_{ji}}{n}$$

(Equação 16)

Onde n é o número de replicações efetuadas. O vector $\bar{y} = (\bar{Y}_1, \bar{Y}_2, \dots, \bar{Y}_m)$ representa a série temporal de médias da amostra, onde m é o número total de observações de cada replicação (Shi et al., 2011).

As abordagens SPC padrão baseiam-se em duas suposições principais: os dados seguem uma distribuição normal, e os dados não estão correlacionados. Infelizmente, a execução de uma simulação geralmente não produz observações independentes e identicamente distribuídas. Contudo, realizando uma série de replicações independentes, graças ao Teorema do Limite Central, a média das amostras em cada intervalo temporal pode ser assumida como independente e identicamente distribuída, a menos que os dados estejam altamente distorcidos. Quanto maior o tamanho da amostra mais forte é esta suposição (Shi et al., 2011).

O método da média de lote (*batch means method*) é uma abordagem para lidar com a auto-correlação. Os testes de *Von Neumann* podem ser usados para testar a correlação. Os dados de séries temporais são combinados numa série de lotes, e a média do lote é obtida a partir de:

$$\bar{\bar{Y}}_h = \frac{\sum_{i=(h-1)k+1}^{hk} \bar{Y}_i}{k}$$

(Equação 17)

Para $h=1,2,\dots [m/k]$. O vector das médias dos lotes é $\bar{\bar{y}} = (\bar{\bar{Y}}_1, \bar{\bar{Y}}_2, \dots, \bar{\bar{Y}}_b)$, onde b é o número de lotes de dimensão k , $m \geq bk$ (Shi et al., 2011).

O teste de qui-quadrado, o teste de *Kolmogorov-Smirnov* e o teste de *Anderson-Darling* podem ser usados para testar a normalização. O tamanho do lote k é duplicado até à hipótese nula de que não há correlação e que a normalização dos dados do lote é aceite. Se a hipótese nula não responder aos aumentos do tamanho do lote, e os dados ainda estiverem fora da normalização e da correlação, o método SPC seria ineficaz (Shi et al., 2011).

Se o tamanho da amostra for reduzido, os gráficos de I-MR e MEWMA podem ser usados, para amostras uni-variadas e multivariadas, respetivamente. Se a amostra for ampla e o número de lotes for relativamente grande podem ser usados o método SPC tradicional ou o *Hotelling's T²*, consoante as variáveis sejam uni-variadas e multivariadas, respetivamente (Shi et al., 2011). As regras para determinar se os dados estão fora do controlo no gráfico para variáveis uni-variadas foram identificadas no ponto anterior em comparação com (Robinson, 2007).

2.2.2 Métodos Heurísticos

Este tipo de método fornece regras para determinar a duração do período transitório inicial. Alguns métodos gráficos podem ser adaptados para incluir abordagens heurísticas, o que permite eliminar a subjetividade inerente aos métodos gráficos. Esta adaptação pode, no entanto, impedir a identificação de padrões importantes nos dados em estudo, principalmente se não forem criadas representações gráficas que suportem as regras heurísticas aplicadas. No geral, a implementação dos métodos heurísticos é relativamente simples e não requer um grande número de suposições (Robinson, 2007).

Exemplos de métodos heurísticos são a Regra de Conway (ou Regra de Intervalo de Dados Progressivos), a Regra de Conway Modificada (ou Regra de Intervalo de Dados Inverso), a Regra de Cruzamento da Média, a Regra da estimativa da auto-correlação, a MCR (*Marginal Confidence Rule*) ou MSER (*Marginal Standard Error Rules*), o teste Goodness-of-Fit e as heurísticas de relaxamento. As principais características de cada método são descritas nos subcapítulos seguintes.

2.2.2.1 Regra de Conway ou Regra de Intervalo de Dados Progressivos (Conway Rule or Forward Data-Interval Rule)

Numa série temporal de n observações $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ o período de *warm-up* é o primeiro ponto da série que não é nem o máximo nem o mínimo das restantes observações. Esta regra é aplicada aos dados de uma série de replicações, e o intervalo

de *warm-up* é selecionado a partir da replicação que obteve o máximo valor de período de *warm-up* (Robinson & Ioannou, 2007).

O método é simples e não depende de qualquer suposição nem estimativa de parâmetros com exceção do número de replicações. Gafarian et al. (1978) in (Robinson & Ioannou, 2007) testou este método num Sistema M/M/1 e detetou que este subestima de forma significativa o período de *warm-up* para elevadas intensidades de tráfego, e sobrestima para baixas intensidades de tráfego. White (1997) in (Robinson & Ioannou, 2007) sugere que a suavização da sequência de *outputs* pode resolver o problema da subestimativa.

O seguinte algoritmo pode ser usado para truncar os dados iniciais com o objetivo de reduzir o desvio (Ingalls & Mahajan, 2004):

1. Decidir o valor de n (número de replicações exploratórias) e m (tamanho das replicações exploratórias)
2. Calcular y_{jr}^+ e y_{jr}^- usando as fórmulas seguintes:

$$y_{jr}^+ = \max(y_{jl}: l = r, \dots, m) \text{ sendo } j = 1, \dots, n$$

$$y_{jr}^- = \min(y_{jl}: l = r, \dots, m) \text{ sendo } j = 1, \dots, n$$

3. Para $r = 1, 2, \dots, m$ determinar t_j de forma a que $t_{j=\min_r}\{Y_{jr}^- < Y_{jr} < Y_{jr}^+\}$ ocorra pela primeira vez
4. Estimar o ponto de truncagem t^* que é dado pelo máximo de $\{t_1, t_2, t_3, \dots, t_n\}$

2.2.2.2 Regra de Conway modificada ou Regra de Intervalo de Dados Inverso (Modified Conway Rule or Backward Data-Interval Rule)

Gafarian et al., (1978) in (Robinson & Ioannou, 2007) sugere uma modificação para a regra de Conway que implica olhar para os dados de forma inversa. O período de *warm-up* é selecionado no último ponto que não é nem o máximo nem o mínimo das observações anteriores. Isto providencia um resultado diferente da Regra de Intervalo de Dados Progressivos (Robinson & Ioannou, 2007).

Esta abordagem tem as mesmas vantagens que a regra de Conway original. Tem também como vantagem o facto de não se desperdiçar dados, porque tem apenas em consideração os dados que estão dentro do período de *warm-up* e não os dados seguintes. Isto ajuda a reduzir a duração da execução necessária para identificar o transitório inicial. Contudo, quando testado em dados de um sistema M/M/1 o método não providenciou bons resultados, subestimando o período de *warm-up* necessário em todos os casos exceto para intensidades de tráfego de 0,5 e 0,7 (Gafarian et al., 1978; Wilson and Pritsker, 1978a) in (Robinson & Ioannou, 2007).

2.2.2.3 Regra de Cruzamento da Média (Crossing-of-the-Mean Rule)

À medida que os dados *output* da simulação são gerados é calculada uma média cumulativa móvel. Uma contagem, ω , é feita com o número de vezes em que os dados de *output* cruzam a média cumulativa. Quanto maior o valor de ω maior é a confiança que o desvio de inicialização foi removido. O período de *warm-up* é o número de observações em que ω é atingido (Robinson & Ioannou, 2007).

Embora seja obviamente de fácil implementação, um problema-chave com esta regra é a determinação de um valor apropriado de ω no qual o viés de inicialização é considerado como tendo sido removido. Olhando para sistemas de filas de espera, alguns autores demonstraram que esta regra é muito conservadora e sobrestima o período de *warm-up* para baixas intensidades de tráfego independentemente do valor de ω selecionado. Contudo, quando a intensidade de tráfego aumenta o método torna-se menos conservador. Gafarian et al. (1978) in (Robinson & Ioannou, 2007) recomenda o valor de $\omega=25$ para uma elevada intensidade de tráfego em sistemas M/M/1/ ∞ ($\rho > 0.6$); Wilson e Pritsker (1978a) in (Robinson & Ioannou, 2007) recomendaram $\omega=7$ para uma baixa intensidade de tráfego em sistemas M/M/1/15. (Pawlikowski, 1990) menciona que um valor de ω demasiado baixo pode subestimar o transitório inicial num sistema pesado (ρ elevado).

Esta regra foi estabelecida por Fishman (1973) in (Ingalls & Mahajan, 2004) e determina o seguinte:

Calcular a média móvel cumulativa à medida que os dados são gerados. Contar o número de cruzamentos da média, contando do final para o princípio. Se o número de passagens atingir um valor pré-especificado, isto significa que foi atingido o ponto de truncagem. O ponto pré-especificado depende do utilizador. O seguinte algoritmo é baseado nos passos dados por (Gafarian, Ancker e Morisaku, 1978) in (Ingalls & Mahajan, 2004):

1. Gerar o *output* da simulação $\{Y_1, Y_2, \dots, Y_m\}$

Definir:

$$w_j = \begin{cases} 1, & \text{se } Y_j > \bar{Y}_m, Y_{j+1} < \bar{Y}_m \\ & \text{ou } Y_j < \bar{Y}_m, Y_{j+1} > \bar{Y}_m \\ 0, & \text{nos restantes casos} \end{cases} \quad \text{onde } j = 1, 2, \dots, m-1$$

$$\bar{Y}_m = \frac{1}{m} \sum_{j=1}^m Y_j$$

(Equação 18)

2. O número de vezes que a série cruza a média é dado por:

$$\Omega_m = \sum_{j=1}^{m-1} w_j$$

(Equação 19)

3. Calcular $\Omega_1, \Omega_2, \dots, \Omega_l$ de forma a que em l o número de cruzamentos é igual ao número pré-especificado.

2.2.2.4 Regra da estimativa da auto-correlação (Autocorrelation Estimator Rule)

Fishman (1971) in (Robinson & Ioannou, 2007), baseado na suposição de que os *outputs* da simulação têm uma representação auto regressiva, propõe um método no qual a variância da média dos *outputs* observados, que é quase certamente auto-correlacionada, é comparada à variância da média de um processo hipotético constituído por eventos independentes. Ao comparar ambos os processos é possível determinar o número de observações (auto-correlacionadas) que é necessário coletar do modelo de simulação para que este seja equivalente a coletar uma observação independente do processo hipotético, o que providencia uma estimativa do período de *warm-up*.

Depois de algumas simplificações, (Pawlikowski, 1990) descreveu a regra como: numa série temporal de observações $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ o transitório inicial está terminado após o seguinte número de observações:

$$n_0 = 2 \sum_{k=1}^{n-1} \left(1 - \frac{k}{n}\right) \frac{\hat{R}(k)}{\hat{R}(0)}$$

(Equação 20)

Em que $\hat{R}(k)$ é o estimador da autocorrelação do desfasamento k , $0 \leq k \leq n - 1$.

Fishman (1971) in (Robinson & Ioannou, 2007) aplicou esta regra a um sistema M/M/1 com uma intensidade de tráfego de 0,9 e mostrou que esta é eficaz. (Pawlikowski, 1990), contudo, alega que a regra subestima o período de *warm-up*. O método não é tão simples como os métodos anteriores e a necessidade de estimar os parâmetros do processo hipotético é problemática (Robinson & Ioannou, 2007).

2.2.2.5 Marginal Confidence Rule (MCR) or Marginal Standard Error Rules (MSER)

Dada a sequência estocástica finita de um *output* i de replicação $j \{Y_i(j) : i = 1, 2, \dots, n\}$, o ponto ótimo de truncagem para esta série é definido por (White, 1997; Linton and Harmonosky, 2002) in (Ingalls & Mahajan, 2004):

$$d(j)^* = \operatorname{argmin}_{n > d(j) \geq 0} \left[\frac{z_{\alpha/2} s(d(j))}{\sqrt{n(j) - d(j)}} \right]$$

(Equação 21)

- $z_{\alpha/2}$ é o valor da distribuição $N(0,1)$ associada com um $100(1-\alpha)\%$ intervalo de confiança
- $s(d(j))$ é o desvio-padrão da amostra da sequência reservada (i.e., de todos os dados após $d(j)$, onde $d(j)$ é o conjunto de todos os pontos possíveis de truncagem para replicar j)
- $n(j)$ é o número total de observações da replicação j

Dado que o nível de confiança α é fixo, $z_{\alpha/2}$ é uma constante e pode ser arbitrariamente definida como 1, uma vez que o objetivo do uso da equação acima é apenas o de comparar todos os pontos de dados para encontrar o mínimo.

A expressão para o ponto de truncagem ótimo pode então ser escrita explicitamente em termos de pontos de dados de *output*:

$$d(j)^* = \underset{n > d(j) \geq 0}{\operatorname{argmin}} \left[\frac{1}{(n(j) - d(j))^2} \sum_{i=d+1}^n (Y_i(j) - \bar{Y}_{n,d}(j))^2 \right] \quad (\text{Equação 22})$$

Daqui em diante o ponto de truncagem calculado pelo MSER-5 será referido como valor L_{sol} . Todos os $L_{sol} > n/2$ serão rejeitados, uma vez que nestes casos é possível que o método não esteja a receber dados suficientes para produzir um resultado válido. Isto pode ocorrer se o período transitório se estender para a segunda metade dos dados, se os dados ainda não se encontrarem estáveis ou se forem necessários mais dados devido à sua elevada auto-correlação. Na prática, se tal acontecer, poderão ser produzidos mais dados e o MSER-5 poderá ser operado novamente com uma série de dados mais extensa até que se obtenha um valor válido de L_{sol} (Hoad et al., 2010).

O MSER-5 pode por vezes reportar erroneamente um ponto de truncagem no final da série de dados (referido como o “ponto final” L_{sol}). Segundo (Delaney, 1995; Spratt, 1998) in (Hoad et al., 2010), isto ocorre porque o método pode ser excessivamente sensível às observações do final da série de dados que têm valores semelhantes. Se rejeitarmos qualquer ponto de truncagem que caia na segunda metade dos dados e simplesmente correremos novamente o algoritmo com mais dados este problema deixa de existir quase por completo (Hoad et al., 2010).

2.2.2.6 Goodness-of-Fit Test

Este método é descrito por (Pawlikowski, 1990) e usa um teste de qui-quadrado para testar a hipótese de que num lote de m_0 observações $x_{n_0+1}, x_{n_0+2}, \dots, x_{n_0+m_0}$ após a observação n_0 , o número de observações acima e abaixo da média móvel $\bar{X}(n_0)$ é mais ou menos o mesmo (no sentido estatístico). Quando tal ponto é encontrado, este define o período de *warm-up*. O número de observações no lote deve ser maior que 30.

Este método é relativamente complexo em comparação com a maioria dos métodos heurísticos. Além disso, não foram encontrados testes à sua eficácia, pelo que não é possível comentar qual o seu grau de precisão. (Robinson & Ioannou, 2007)

2.2.2.7 Heurísticas de Relaxamento (Relaxation Heuristics)

Pawlikowski (1990) e Roth (1994) in (Robinson & Ioannou, 2007) descreveram esta abordagem que pode ser aplicada aos sistemas de filas de espera M/M/k. Mostra-se que os dados coletados desde o período $t = \tau R$ (onde τR é o “tempo de relaxamento” da fila) serão enviesados pelo estado inicial numa percentagem máxima de $\exp(-4\tau R / \tau R) = \exp(-4) \approx 0.02$ ou 2%. Roth (1994) in (Robinson & Ioannou, 2007) sugeriu, como uma heurística de relaxamento, iniciar um sistema de fila em repouso e excluir os primeiros $4\tau R$ do tempo do modelo, onde:

$$\tau R = [1.4k\mu(1 - \rho)^2]^{-1} \quad (\text{Equação 23})$$

k é o número de servidores, μ é a taxa de serviço e ρ é a intensidade de tráfego. Também provou que a heurística de relaxamento é aplicável a qualquer sistema de filas de espera M/M/k, que se inicia vazio, com $k \leq k_{\max}$ servidores (k_{\max} é o número máximo de servidores para o qual a heurística é aplicável em diferentes intensidades de tráfego) (Robinson & Ioannou, 2007).

A principal vantagem deste método é que não requer a estimativa de quaisquer parâmetros, uma vez que se baseia puramente no cálculo de uma fórmula sem requisitos para executar o modelo. A limitação desta abordagem reside na sua restrita aplicabilidade: os sistemas de filas de espera M/M/k onde $k \leq k_{\max}$. Isto limita severamente a utilidade do método para a maioria das simulações práticas (Robinson & Ioannou, 2007).

2.2.3 Métodos Estatísticos

Estes métodos recorrem à estatística para estimar o período de *warm-up*. Os métodos estatísticos apresentados no presente capítulo são o método de regressão de Kelton e Law e os testes de randomização para desvios de inicialização. Estes métodos são bastante mais complexos do que os métodos gráficos e as abordagens heurísticas apresentados acima, necessitando de cálculos extensivos e da definição de hipóteses restritivas (Robinson, 2007).

2.2.3.1 Método de regressão de Kelton e Law (Kelton and Law Regression Method)

Kelton e Law (1983) in (Robinson & Ioannou, 2007) aplicaram a análise de regressão ao problema do transitório inicial. A sua premissa é a de que numa série temporal de médias de lote, o transitório inicial termina após o lote b_0 se a sequência

de médias de lote que se seguirem puder ser aproximada a uma linha reta com inclinação zero. Uma vez que a correlação entre lotes pode ser significativa, Kelton e Law usaram o procedimento de regressão generalizada de mínimos quadrados, que permite a auto-correlação no modelo de regressão.

Para ajustar a linha de regressão eles começaram no final da série e moveram os segmentos para trás até que a inclinação da linha seja significativamente diferente de zero. Se a linha que é inicialmente ajustada não tem uma inclinação de zero, o tamanho da replicação é aumentado. Mantém-se, contudo, fixo o número de lotes (Robinson & Ioannou, 2007).

O método foi testado em diversos modelos de filas de espera ($M/M/k$, $M/H_2/1$, $E_4/M/1$), para diversos valores de ρ (intensidade de tráfego) e com problemas de seleção múltipla. O método teve um bom desempenho na eliminação do viés de inicialização e estimativa do período de *warm-up*, exceto para sistemas $M/M/1$ com $\rho = 0.95$ (Robinson & Ioannou, 2007).

Há alguns problemas com este método. Em primeiro lugar, assenta na suposição de que os dados convergem para a média de estado estacionário monotonicamente, o que pode não ser o caso; isto reduz a aplicabilidade do método. Law (1983) in (Robinson & Ioannou, 2007) sugere que o método poderia ser modificado para usar um dos testes de viés de inicialização de Schruben, uma vez que estes não requerem que os dados sejam monótonos. Um segundo problema é que o método requer a estimativa de 9 parâmetros. Kelton e Law sugerem alguns valores, mas estes podem não ser aplicáveis a todas as circunstâncias. Por último, o uso do procedimento de regressão generalizada de mínimos quadrados torna o método bastante complexo. Os próprios Kelton e Law recomendam o método de Welch como o mais simples e generalista para estimar o período de *warm-up* (Robinson & Ioannou, 2007).

2.2.3.2 Testes de randomização para desvios de inicialização (Randomisation Tests for Initialisation Bias)

Este método, descrito por Yücesan (1993) in (Robinson & Ioannou, 2007), é baseado na mistura aleatória dos dados dos lotes e no teste da significância na diferença das duas médias. Uma diferença significativa é a indicação de um viés de inicialização.

A hipótese nula é a de que não existe viés de inicialização na média de *outputs*. Os dados são agrupados em b médias de lote, que são depois divididas em dois grupos. Inicialmente o primeiro grupo consiste unicamente no primeiro lote e o segundo grupo nos restantes $b-1$ lotes. Um teste estatístico é usado para determinar se há uma alteração significativa na média entre os dois grupos, e o teste usado por Yücesan foi o valor absoluto da diferença entre as médias dos dois grupos. Um processo de randomização é então usado para misturar as médias de lote, e o teste estatístico é novamente aplicado. Após um número pré-determinado de misturas, o nível de significância é calculado e de acordo com o seu valor a hipótese nula é rejeitada ou não rejeitada (Robinson & Ioannou, 2007).

O procedimento é repetido após a redefinição dos grupos. Na segunda iteração o primeiro grupo consiste nos primeiros dois lotes e o segundo nos restantes $b-2$ lotes.

Este processo pode continuar até que o primeiro grupo consista nos primeiros $b-1$ lotes e o segundo apenas no último lote. O período de *warm-up* é detetado pela iteração onde a hipótese nula falhou em ser rejeitada (Robinson & Ioannou, 2007).

A vantagem principal deste método é que não há suposições acerca da distribuição dos dados. Além disso, é flexível em termos do teste estatístico selecionado para comparar as médias dos grupos. Tem, contudo, desvantagens. Primeiro, a mistura dos dados requer um volume de cálculo significativo, fazendo com que a execução do procedimento seja lenta. O problema é exacerbado uma vez que é necessário um grande número de misturas para obter um melhor resultado. Segundo, o método baseia-se na premissa que os dados são não correlacionados. Isto consegue-se ao agrupar os dados em lotes. Yücesan sugere que num modelo M/M/1 um lote de 500 observações satisfaz as suposições do teste estatístico usado. Isto significa que o mínimo período de *warm-up* possível é de 500 observações, e se for mais longo terá que ser um múltiplo de 500. É por isso provável que esta abordagem seja muito conservadora. Por fim, ao testar num modelo M/M/1, Yücesan descobriu que o teste teve pouca energia quando o sistema foi iniciado do vazio e que não conseguiu detetar o viés quando a intensidade do tráfego é de $\rho > 0.7$ (Robinson & Ioannou, 2007).

2.2.4 Testes de desvios de inicialização

Estes métodos testam a hipótese nula de que o desvio de inicialização não está presente numa série de dados. Assim, estes testes não são unicamente métodos para determinar o período de *warm-up*, mas sim para identificar se o período de *warm-up* foi apagado. A teoria que suporta estes testes é complexa, mas os cálculos necessários à sua execução são relativamente simples. A sua principal desvantagem reside no facto de a maior parte destes testes requerer a estimativa da variância da amostra (Robinson, 2007).

Como exemplos de testes de desvio de inicialização são apresentados de seguida o teste Máximo de Schruben, o teste Modificado de Schruben, o teste Ótimo, o teste de Classificação e os testes baseados em médias de lotes.

2.2.4.1 Teste Máximo de Schruben (Schruben's Maximum Test)

O teste máximo de Schruben (1982) in (Robinson & Ioannou, 2007) é baseado no cálculo das diferenças entre a média de uma série inteira de *outputs* e a média das primeiras k observações. É identificado o máximo (ou mínimo, no caso de ser esperado um viés positivo) de um valor baseado nessas diferenças. Uma estatística de viés é então calculada e comparada com uma distribuição F . O teste pode ser conduzido para uma única replicação ou para a média de uma série de replicações, dependendo dos objetivos do analista.

Schruben mostra que este teste funciona muito bem em diversas situações. O teste também tem bom desempenho nos casos com viés elevado. Não é, porém,

particularmente poderoso no caso de execuções curtas com um grande efeito inicial que permanece durante a execução (i.e. alta intensidade de tráfego ρ). Isto acontece porque estes testes são baseados numa teoria assintótica que requer execuções longas. Até certo ponto, esta suposição restringe a aplicabilidade do teste, mas este pode ainda ser aplicado com sucesso em muitos casos. O teste requer também a estimativa de um número de parâmetros, nomeadamente a variância (Robinson & Ioannou, 2007).

2.2.4.2 *Teste Modificado de Schruben (Schruben's Modified Test)*

Schruben (1982) in (Robinson & Ioannou, 2007) propôs também uma modificação no teste máximo onde o *output* de uma única replicação é dividido em dois. Estatísticas de viés são então calculadas para as duas metades da série de *output* e um teste F é executado num valor que combina as duas estatísticas.

White et al., (2000) in (Robinson & Ioannou, 2007) testou o método usando um processo auto-regressivo de segunda ordem e concluiu que este era eficaz e confiável na deteção e redução do viés de inicialização. Em adição, este teste não requer a estimativa da variância da amostra. Contudo, tal como o teste máximo, este é baseado numa teoria assintótica que não tem bom desempenho em execuções curtas.

2.2.4.3 *Teste Ótimo (Optimal Test)*

Neste teste, um teste estatístico é novamente calculado baseado nas diferenças entre a média de uma série inteira de *outputs* e a média das primeiras k observações. Neste caso, o teste estatístico é comparado com uma distribuição t (Schruben et al, 1983) in (Robinson & Ioannou, 2007).

O teste provou ser bastante poderoso. Foi testado num sistema M/M/1 com elevado ρ , redes de filas de espera, modelos auto-regressivos e modelo de cadeia de Markov (Markov Chain model) e foi considerado válido em todos os casos. Este teste foi comparado com o Teste Máximo de Schruben e teve o mesmo bom desempenho em termos do erro de Tipo I. A sua vantagem principal é a de que este fornece resultados precisos no caso de alta intensidade de tráfego ρ , que é uma desvantagem no Teste Máximo (Schruben et al, 1983) in (Robinson & Ioannou, 2007).

Para os três testes descritos acima, Pawlikowski (1990) in (Robinson & Ioannou, 2007) diz que “apesar da teoria sofisticada por trás deles, eles parecem exigir computação e programação modestas e podem ser aplicadas a uma ampla variedade de experiências de simulação”. Ma e Kochhar (1993) in (Robinson & Ioannou, 2007) concluíram que um tamanho de amostra demasiado grande ou demasiado pequeno pode reduzir o poder dos testes. Outro problema é que eles requerem a estimativa de um número de parâmetros, particularmente da variância, com exceção do teste modificado.

2.2.4.4 Teste de classificação (Rank Test)

Este teste segue os mesmos princípios dos testes de Schruben descritos acima, com a exceção de que a série de *outputs* é ordenada numa ordem ascendente. O teste foi validado em sistemas M/M/1 e M/M/4 com intensidade de tráfego de $\rho = 0.9$ e provou funcionar bem em termos de erros de Tipo I e Tipo II. O método também tem como vantagem o facto de não necessitar da estimativa da variância da sequência de *outputs*. Não parece, contudo, que o método tenha sido testado numa grande variedade de circunstâncias. Ele também sugere que tal seja necessário antes que o teste possa ser recomendado (Vassilacopoulos, 1989) in (Robinson & Ioannou, 2007).

Ma e Kochhar (1993) in (Robinson & Ioannou, 2007) fizeram uma comparação interessante entre o teste de classificação e o teste ótimo usando uma sequência estocástica artificial com um fator de viés. Eles mostraram que um tamanho de amostra demasiado grande ou demasiado pequeno pode reduzir o poder de cada teste. Ambos os testes foram considerados satisfatórios na deteção do viés de inicialização. Ma e Kochhar concluíram que embora o teste de classificação seja mais fácil de implementar, o teste ótimo é melhor, especialmente em termos de erros de Tipo II.

2.2.4.5 Testes baseados em médias de lotes (Batch Means Based Tests)

Goldsman et al (1994) in (Robinson & Ioannou, 2007) descrevem uma família de testes, todos baseados no uso das médias de lote. O primeiro teste é conhecido como *max test*. Este é uma modificação do Teste Máximo de Schruben mas baseado nas médias de lote. O segundo teste, *batch means test*, divide a série de *outputs* em dois conjuntos de lotes (b e b') e calcula um teste estatístico baseado na variância das médias de lote dos dois conjuntos. O *area test* usa uma abordagem similar, baseada nos dois conjuntos de médias de lote, mas o teste estatístico é executado calculando a área abaixo das séries temporais padronizadas das médias de lote. Nos testes efetuados a estas abordagens existem conclusões diferentes relativamente à sua precisão. Goldsman et al (1994) in (Robinson & Ioannou, 2007) testaram estas abordagens usando um modelo M/M/1 e um modelo auto-regressivo. Concluíram que o *batch means test* e os testes combinados são mais poderosos na deteção do viés de inicialização quando b e b' são razoavelmente elevados. O desempenho do *max test* e *area test* é desapontante quando o *output* é dividido em vários lotes.

Por outro lado, Cash et al (1992) in (Robinson & Ioannou, 2007), quando testaram as abordagens usando um modelo auto-regressivo, M/M/1 e modelo de cadeia de Markov (Markov Chain model) concluíram que o *max test* é mais poderoso. Eles assinalam, contudo, que este teste se torna mais poderoso apenas quando há uma grande quantidade de dados. Além disso, o poder dos testes é reduzido se o tamanho dos lotes (b) for demasiado grande ou demasiado pequeno. Cash et al mostram ainda que o rácio $f = b/b'$ afeta de forma significativa o poder dos testes. Se $f = b/b' = 0,5$ (ou seja, os lotes estão repartidos em dois conjuntos iguais), os testes não têm qualquer poder na deteção de desvios de viés, uma vez que foram desenhados para detetar

diferenças entre a variabilidade de dois conjuntos de lotes. Eles recomendaram $f = 0,75$.

Ockerman and Goldsman (1999) in (Robinson & Ioannou, 2007), usando um modelo M/M/1 e um modelo auto-regressivo, descobriram que tanto o *batch means test* como o *max test* são poderosos na detecção do viés de inicialização. Concluíram também que o *max test* é preferível porque a abordagem de médias de lote só é poderosa se o sistema se iniciar num estado estacionário, o que não é útil na maioria das aplicações no mundo real.

White et al (2000) in (Robinson & Ioannou, 2007) compararam o *max test*, o *batch means test* e o Teste Modificado de Schruben. Usaram um modelo auto-regressivo de segunda ordem de média zero, e concluíram que o *batch means* e o Teste Modificado são eficazes, embora por vezes o teste de média de lotes tenda a subestimar o período de *warm-up*. O *max test* produziu resultados inconclusivos.

Parece que a precisão dos testes depende da natureza do modelo para o qual o período de *warm-up* está a ser estimado. Além da sua precisão, estes testes requerem a estimativa de vários parâmetros, particularmente a variância, e por isso estes métodos não são particularmente simples (Robinson & Ioannou, 2007).

2.2.5 Métodos Híbridos

Estes métodos usam testes de desvio de inicialização em combinação com métodos gráficos ou abordagens heurísticas para determinar o período de *warm-up* (Robinson & Ioannou, 2007). Os métodos híbridos abordados nos subcapítulos seguintes são o método sequencial de Pawlikowski e o método de ponto de truncagem invariante da escala.

2.2.5.1 Método sequencial de Pawlikowski (Pawlikowski's Sequential Method)

Este método é baseado no Optimal Test e é descrito por Pawlikowski (1990) in (Robinson & Ioannou, 2007). É feita uma primeira estimativa do ponto de truncagem usando qualquer um dos métodos gráficos ou heurísticos descritos acima. O Optimal Test é então aplicado a um intervalo n_t das primeiras observações para testar a hipótese nula de que não existe viés de inicialização. Se se concluir que existe viés de inicialização nos dados, um número de observações é descartado, novas observações são coletadas e o processo continua até que a hipótese nula não seja rejeitada.

O método requer a estimativa da variância. Pawlikowski usa a análise espectral da variância nas últimas n_v observações, onde $n_v \geq 100$, e por isso é mais provável a estimativa represente o estado estacionário (Robinson & Ioannou, 2007).

O método é eficiente na medida em que usa um intervalo de dados num procedimento sequencial. É baseado num teste estatístico que se mostrou poderoso, e como segue um conjunto claro de regras, pode ser implementado de maneira automatizada. Requer, contudo, a estimativa de um número de parâmetros incluindo a

variância, um período de *warm-up* inicial e o número de observações a usar no teste. Embora o autor sugira alguns valores iniciais para estes parâmetros, não é claro que estes tenham sido testados e esteja provado que funcionem bem. Aliás não há resultados para o desempenho do método. Outro problema é o uso da análise espectral da variância, que torna o método bastante complexo. Finalmente, a abordagem não iria ter um bom desempenho se o método gráfico ou heurístico usado para determinar o período de *warm-up* inicial sobrestimasse o seu valor; neste caso o período de *warm-up* seria aceite sem que fosse considerado um período inferior (Robinson & Ioannou, 2007).

2.2.5.2 Método de ponto de truncagem invariante da escala (Scale Invariant Truncation Point Method (SIT))

Jackway e deSilva (1992) in (Robinson & Ioannou, 2007) descreveram este método que se baseia no Optimal Test. O conjunto de dados, consistindo em n observações, é partido em pelo menos três lotes de tamanho b , de tal forma que $b < n/3$, $b > 25$ e que o tamanho de cada lote seja igual. Os primeiros três lotes são testados para o viés de inicialização usando um Optimal Test ligeiramente modificado. Se os resultados numa situação de $\{\text{viés}, \text{sem viés}, \text{sem viés}\}$ respetivamente forem visíveis, então conclui-se que o período de *warm-up* foi detetado. Se este não for o caso, o tamanho dos lotes é aumentado por um fator multiplicativo Δb e o processo é repetido até que ou o período de *warm-up* seja detetado ou $b > n/3$. Se o período de *warm-up* não for detetado, devem ser coletadas mais observações (Robinson & Ioannou, 2007).

Experiências baseadas em diversas teorias de filas de espera e modelos auto-regressivos demonstraram um bom desempenho na deteção do viés de inicialização e estimativa do período de *warm-up*, sendo rara a sobre-estimativa do período de *warm-up*. O método requer, contudo, a estimativa de vários parâmetros incluindo a variância. Jackway e deSilva não fazem qualquer sugestão em relação à determinação do fator multiplicativo Δb . O método pode necessitar de uma grande quantidade de dados para ter um bom desempenho uma vez que é baseado numa teoria assintótica (Robinson & Ioannou, 2007).

2.3 Estimação do número de replicações

O uso adequado de um modelo de simulação exige uma medição precisa do seu desempenho. Esta medição, por sua vez, requer a definição de três elementos-chave: *warm-up*, duração da simulação e número de replicações.

O conceito de múltiplas replicações é obtido quando se alteram os valores aleatórios das variáveis usadas pelo modelo, repetindo de seguida a sua execução; o seu objetivo é produzir diversas amostras que permitam obter uma melhor estimativa do desempenho do modelo (Robinson 2004, Law 2007, Banks et al. 2005) in (Hoad et al., 2007).

Torna-se então necessário definir o número de replicações a executar para que o objetivo seja cumprido. Os fatores limitantes nesta definição são o tempo de cálculo e os custos. Considerando que n é o número de replicações que permite atingir o desempenho pretendido, executar mais do que n replicações conduz a cálculos desnecessários e pode aumentar consideravelmente os custos do estudo. Por outro lado, executar um número de replicações inferior a n poderá conduzir a resultados pouco precisos. (Hoad et al., 2007)

Há três métodos principais para definir o valor de n :

- Regra de Ouro (*Rule of Thumb* (Law and McComas, 1990) in (Hoad et al., 2007))

A Regra de Ouro indica aos utilizadores que é insensato confiar nos resultados de apenas uma replicação e recomenda executar pelo menos 3 a 5 replicações. Contudo, esta regra não considera as características dos dados de saída do modelo, pelo que a execução de 3 a 5 replicações pode ser suficiente para um modelo e ser completamente inadequada para outro.

- Método Gráfico Simples (*Simple Graphical Method* (Robinson, 2004) in (Hoad et al., 2007))

Este método realiza uma série de repetições e traça as médias cumulativas de uma variável de saída escolhida contra o número de replicações. O utilizador pode então selecionar de forma visual o ponto do gráfico onde a linha das médias cumulativas se torna plana e usar este ponto como sendo o número de replicações ideal. Este método tem como vantagem o facto de ser simples de compreender e executar, mas é também subjetivo no sentido em que não é possível medir o seu nível de precisão.

- Método do Intervalo de Confiança (com Precisão Especificada) (*The Confidence Interval (with Specified Precision) Method* (Robinson 2004, Law 2007, Banks et al. 2005 in (Hoad et al., 2007)))

Este método requer ao utilizador um julgamento relativo à dimensão aceitável do erro na estimativa da verdadeira média. As replicações são então executadas e são construídos intervalos de confiança em torno das médias cumulativas sequenciais até que a precisão desejada seja atingida. A vantagem desta abordagem é o facto de esta recorrer à inferência estatística para determinar o número de replicações requerido. Por outro lado, a implementação deste método é algo complexa, pelo que diversos utilizadores não serão capazes de o utilizar.

Hoad et al., (2007) propuseram igualmente um algoritmo para a definição do número de replicações, que interage com o modelo de simulação de forma sequencial até se atingir o número de replicações necessário, tal como apresentado na Figura 2. Os

dados de entrada são inseridos no modelo, que após a execução fornece os dados de saída pretendidos. Estes dados de saída são então inseridos no algoritmo, que verifica se os critérios de precisão definidos pelo utilizador foram atingidos. Caso tal não se verifique, é executada nova replicação através do modelo de simulação, e os dados de saída são novamente inseridos no algoritmo. Este ciclo repete-se até que os critérios de precisão definidos sejam atingidos.

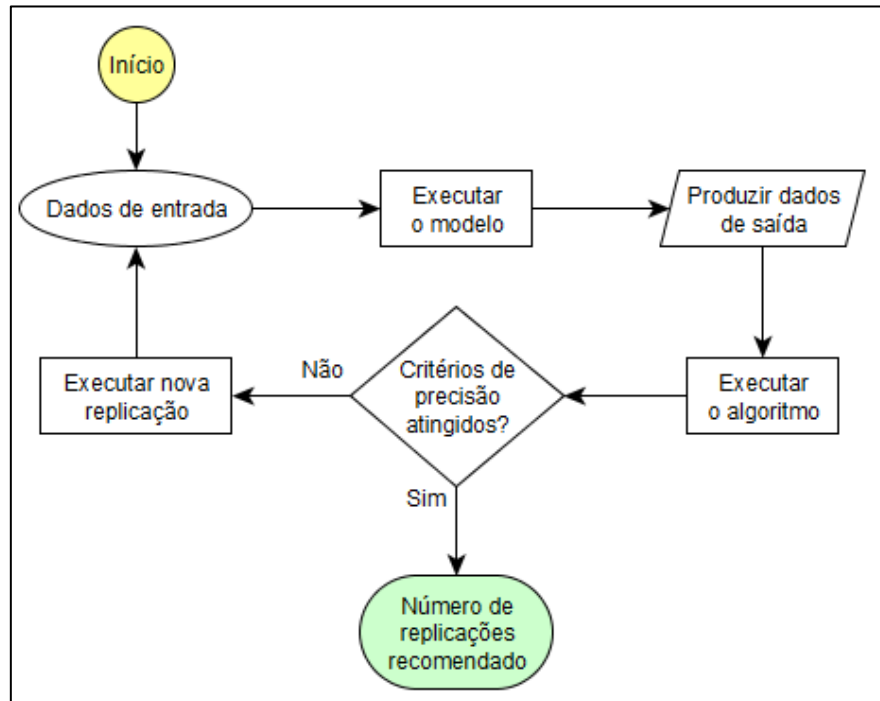


Figura 2 - Metodologia para o cálculo do número de replicações (adaptado de Hoad et al., 2007)

A precisão d_n é calculada através de (confirmar a fórmula):

$$d_n = \frac{100t_{n-1, \alpha/2} \times \frac{s_n}{\sqrt{n}}}{\bar{X}_n}$$

(Equação 24)

Onde n é o número de replicações executado até ao momento, $t_{n-1, \alpha/2}$ é o valor de t de student para $n - 1$ graus de liberdade e uma significância de $1 - \alpha$. \bar{X}_n é a média cumulativa e s_n é a estimativa do desvio-padrão, ambos calculados usando os resultados $X_i (i = 1 \text{ até } n)$ das n replicações executadas até ao momento.

O critério de paragem do algoritmo pode ser definido como o momento em que d_n atinge um valor igual ou inferior à precisão requerida, $d_{requerido}$, podendo então o algoritmo recomendar ao utilizador o número de replicações associado (Law, 2007 in (Hoad et al., 2007)). Contudo, é possível que os dados registem uma convergência prematura com o $d_{requerido}$ e voltem a divergir, dando origem a uma estimativa incorreta de d_n . Para evitar que tal aconteça, o algoritmo foi programado para executar um

número de replicações extra após a primeira convergência de d_n com $d_{requerido}$. Este valor é denominado de $limiteK$, e o número total de replicações é uma função deste valor, $f(limiteK)$:

$$f(limiteK) = \begin{cases} limiteK, & n \leq 100 \\ \left\lceil n \times limiteK / 100 \right\rceil, & n > 100 \end{cases} \quad (\text{Equação 25})$$

Utilizando esta função o número de replicações extra a executar está em proporção com o número de replicações executado até ao momento. O número de replicações executadas até se atingir a precisão definida é referido como N_{sol} . Por outro lado, se o modelo for executado de forma lenta, o algoritmo pode exigir uma quantidade de tempo elevada para atingir a precisão requerida. Assim, é recomendado que o algoritmo possua um sistema de segurança que indique ao utilizador que o modelo pode requerer um período de tempo longo para atingir $d_{requerido}$. Nesses casos, o valor de N_{sol} pode ser estimado através da seguinte fórmula (Banks et al., 2005 in (Hoad et al., 2007)):

$$N_{sol}^* = \left\lceil \frac{100 t_{n-1, \alpha/2} s_n}{\bar{X}_n d_{requerido}} \right\rceil^2 \quad (\text{Equação 26})$$

A precisão desta estimativa é contudo afetada pela precisão da estimativa da média e desvio-padrão. Verificou-se ainda que este cálculo é pouco preciso para valores de n baixos (Law 2007, Banks et al. 2005) in (Hoad et al., 2007); após a realização de estudos aos valores de N_{sol} obtidos na simulação de diversos modelos artificiais concluiu-se que esta estimativa é provavelmente inválida para valores de n inferiores a 30.

A estimativa de N_{sol} poderá então ser feita com auxílio de um gráfico que apresente de forma visual a evolução do valor de N_{sol}^* à medida que se aumenta o número de replicações (ver Figura 3); desta forma caberá ao utilizador definir se o algoritmo é executado de forma automática ou se pretende terminar a sua execução antes do final.

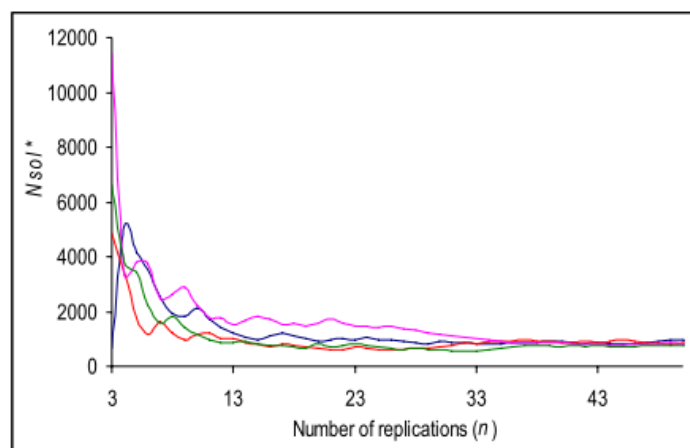


Figura 3 - Representação gráfica da evolução de N_{sol}^* com o aumento do número de replicações usando o algoritmo (Hoad et al., 2007)

2.4 Estimação da duração da simulação

O período de execução de uma simulação de estado estacionário é um parâmetro importante na utilização de um modelo de simulação. Um aumento no período de execução conduz a um aumento da confiança nos resultados obtidos; contudo, é necessário definir qual o período que a execução deve durar e qual o nível de confiança que se obtém. (Robinson, 1995)

(Robinson, 1995) propôs um método heurístico para a avaliação da duração de execução de uma simulação de estado estacionário sem término, que se sintetiza na Figura 4.

O método inicia-se com a determinação do período de *warm-up* para o modelo, sendo este implementado em todas as execuções seguintes. É realizada uma execução longa e regista-se a resposta obtida, período a período, numa série temporal. Executam-se então mais duas replicações e as respectivas respostas são igualmente registadas. A média cumulativa das respostas de cada período e para cada replicação individual é calculada e representada numa série temporal, e a duração da simulação é selecionada a partir destas séries temporais. (Robinson, 1995)

Dado que as respostas obtidas são amostras da mesma distribuição, à medida que o período de execução aumenta os resultados das três replicações deverão tender para a convergência. A duração da execução é selecionada quando se encontra o ponto no qual as três séries temporais convergiram o suficiente para providenciarem ao utilizador confiança na precisão dos resultados obtidos. O grau de convergência pode verificar-se através de dois critérios: a *obtenção de resultados semelhantes* (o grau de convergência obtido é suficiente para que o utilizador do modelo acredite que os resultados das três replicações são iguais) e a *redução das rentabilidades marginais* (o aumento do período de simulação conduz a um aumento desprezável do nível de convergência, ou seja, a execução de uma simulação mais longa não se traduz num benefício significativo). (Robinson, 1995)

Caso os resultados não sejam convergentes a duração da execução deve ser aumentada até que o teste de convergência forneça resultados satisfatórios. Uma execução mais longa aumenta o tamanho da amostra bem como a probabilidade de as

amostras serem similares. É igualmente importante que os dados da série temporal não se apresentem apenas convergentes, mas que se mantenham nesse estado. Para que tal seja satisfeito, todas as séries temporais devem estar estáveis e não devem apresentar qualquer tendência de subida ou descida. A confiança nos resultados é testada através da inspeção visual do gráfico das séries temporais, podendo igualmente testar-se através da medição da convergência como a percentagem de desvio entre o máximo e o mínimo das três médias cumulativas:

$$C_i = \frac{\max(\bar{X}_{i1}, \bar{X}_{i2}, \bar{X}_{i3}) - \min(\bar{X}_{i1}, \bar{X}_{i2}, \bar{X}_{i3})}{\min(\bar{X}_{i1}, \bar{X}_{i2}, \bar{X}_{i3})} \quad (\text{Equação 27})$$

Onde C_i é a convergência no período i e \bar{X}_{ij} a média cumulativa da resposta no período i da replicação j . Caso esta fórmula seja utilizada será necessário estabelecer um nível de convergência aceitável para que os resultados obtidos forneçam um nível de confiança razoável. Esta definição irá depender de uma avaliação subjetiva que se deve basear nas circunstâncias em que o modelo é utilizado, nomeadamente a necessidade de precisão do estudo e o seu custo da realização. Pode ainda ser executada uma verificação adicional da convergência ao considerar as distribuições da resposta obtida em cada replicação. Se, para a duração de execução selecionada, as três distribuições forem significativamente diferentes, será necessário realizar uma execução mais longa; distribuições diferentes sugerem que foi recolhido um número insuficiente de amostras e que um aumento da duração de execução pode alterar de forma significativa as distribuições e o seu resultado. Caso as distribuições sejam relativamente semelhantes estaremos provavelmente na presença de uma duração de execução aceitável. (Robinson, 1995)

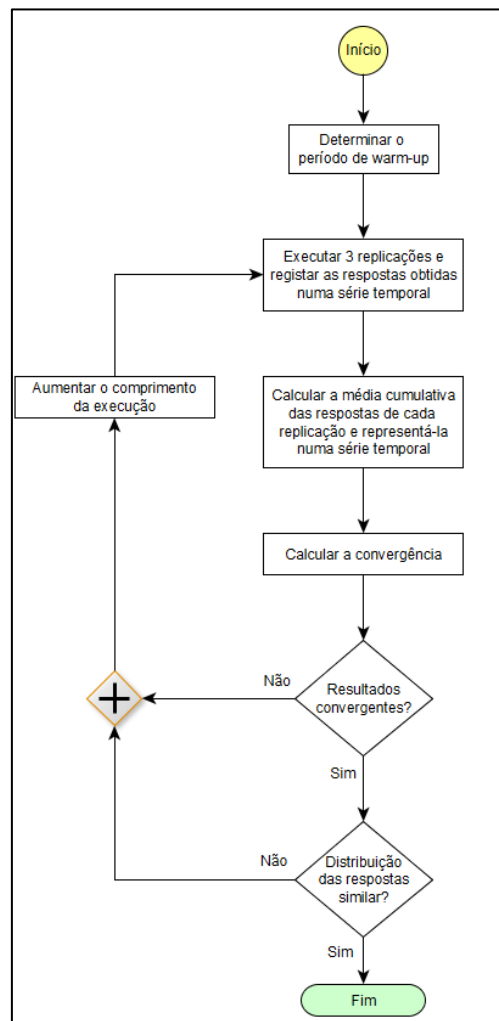


Figura 4 - Método heurístico sintetizado

O método apresenta algumas questões práticas que devem ser consideradas aquando da sua utilização (Robinson, 1995):

- Estimativa inicial da duração de execução: o método proposto utiliza uma técnica retrospectiva, ou seja, as replicações iniciais devem ser mais longas do que a duração de execução requerida para que seja possível tirar conclusões acerca dos níveis de convergência aceitáveis. Isto pode ser um desperdício de tempo de execução, especialmente se o modelo for de execução lenta e a replicação inicial for muito mais longa do que o necessário.
- Tempo entre observações na série temporal: (Robinson, 1995) aponta para um mínimo de 10 a 20 observações durante a execução; com menos observações será difícil retirar conclusões relativamente ao nível de convergência, mas se o período temporal entre observações for demasiado curto irá existir uma correlação significativa entre os pontos da série temporal, o que pode conduzir a conclusões erróneas.
- Gestão de múltiplas respostas: em alguns modelos podem existir múltiplas respostas, como por exemplo o rendimento, trabalhos em progresso e utilização de máquinas. Nestes casos é recomendado que cada uma das respostas seja analisada

e que a duração de execução seja baseada na resposta que demore mais tempo a convergir.

- Cálculo de intervalos de confiança: não é simples calcular a confiança para uma única execução longa uma vez que as observações estão correlacionadas. Os intervalos de confiança podem, contudo, ser calculados através do cálculo do desvio-padrão:

$$S_i = \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^3 (\bar{X}_{ij} - \bar{\bar{X}}_i)^2}{2}}$$

(Equação 28)

Onde S_i é o desvio-padrão no período i ; \bar{X}_{ij} é a média cumulativa da resposta no período i da replicação j e $\bar{\bar{X}}_i$ é a média das médias cumulativas no período i . O intervalo de confiança é então calculado através de:

$$CI_i = \bar{\bar{X}}_i \mp t_{2, \alpha/2} \frac{S_i}{\sqrt{3}}$$

(Equação 29)

Onde CI_i é o intervalo de confiança no período i e $t_{2, \alpha/2}$ é o valor de t de student de uma distribuição para $n=2$ e nível de significância $\alpha/2$.

Como principal vantagem pode indicar-se que este método é fácil de entender, podendo por isso ser utilizado por um analista com pouca experiência. Além disso, o método não indica *diretamente* qual o período de execução mais adequado, envolvendo o utilizador nessa decisão ao requerer a sua análise acerca do nível de precisão desejado. Tal análise permite ao analista aprimorar a decisão com o seu próprio conhecimento do sistema a modelar. Por fim, este método é facilmente implementável num *software* de simulação, fazendo com o que próprio modelo realize esta análise.

Contudo, este método heurístico apresenta também algumas falhas. Por um lado, verifica-se que tem uma aplicação limitada, uma vez que apenas pode ser utilizado em simulações de estado estacionário sem término. Tal poderá ser um problema, se o utilizador não conseguir distinguir entre o estado estacionário e o estado transiente, ou entre simulações sem término ou com término. Além disso, em alguns casos verifica-se que a realização de múltiplas replicações pode ser mais vantajosa do que a execução de um menor número de replicações mais longas. Contudo, o método não providencia qualquer orientação ao utilizador para que este saiba qual o melhor caminho a tomar.

Por fim, este método é baseado numa avaliação subjetiva, sendo a decisão influenciada pelo julgamento pessoal do utilizador. Este facto é considerado como uma vantagem do método, mas *afeta*, contudo, a *objetividade* dos resultados obtidos, o que poderia garantir uma maior certeza na duração de simulação selecionada.

3. METODOLOGIAS DE APOIO À DECISÃO NA SELEÇÃO DE PARÂMETROS DE SIMULAÇÃO

- 3.1 Revisão das metodologias existentes para a seleção de parâmetros de simulação
- 3.2 Proposta de metodologia para a seleção de parâmetros de simulação
- 3.3 Implementação e validação da metodologia
- 3.4 Considerações Finais

3 Metodologias de apoio à decisão na seleção de parâmetros de simulação

3.1 Revisão das metodologias existentes para a seleção de parâmetros de simulação

Na literatura é possível encontrar duas metodologias que se destacam para estimar os parâmetros de simulação (período *warm-up*, número de replicações e duração da simulação):

- Metodologia apresentada por (Robinson et al., 2020)

No fluxo da Figura 5, é possível verificar que no início da simulação, o utilizador deve escolher se pretende uma única replicação com uma duração de simulação maior ou com várias replicações em que a duração de simulação de cada uma será mais pequena. Dependendo das escolhas do utilizador, os dados são analisados em diferentes calculadoras automáticas. Em cada uma, valores dos parâmetros de simulação são propostos.

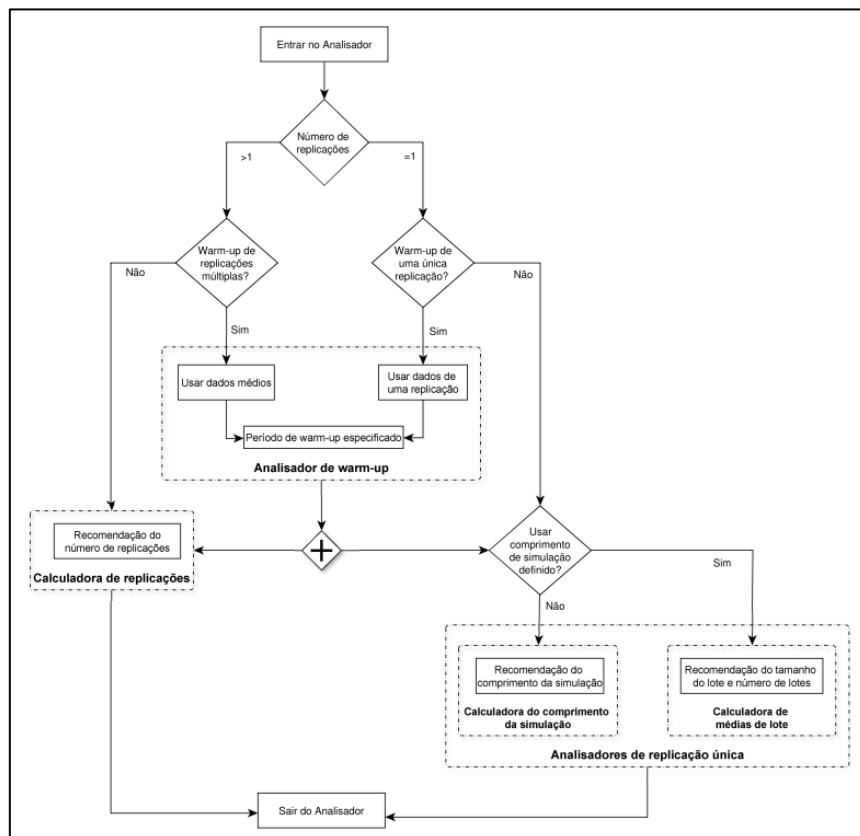


Figura 5 - Visão geral do procedimento de análise automatizada (Stewart Robinson et al., 2020)

- Metodologia apresentada por (Robinson, 2005)

Na Figura 6 é apresentada uma proposta de metodologia desenvolvida por (Robinson, 2005). Nesta metodologia, mais simples do que a anterior, o utilizador começa por definir o período *warm-up* e depois, em função do número de replicações é definida a duração da simulação ou o número de replicações. Nesta metodologia a estimação dos parâmetros de simulação é feita usando os métodos existentes na literatura. No final, o utilizador tem a opção de aceitar os valores propostos.

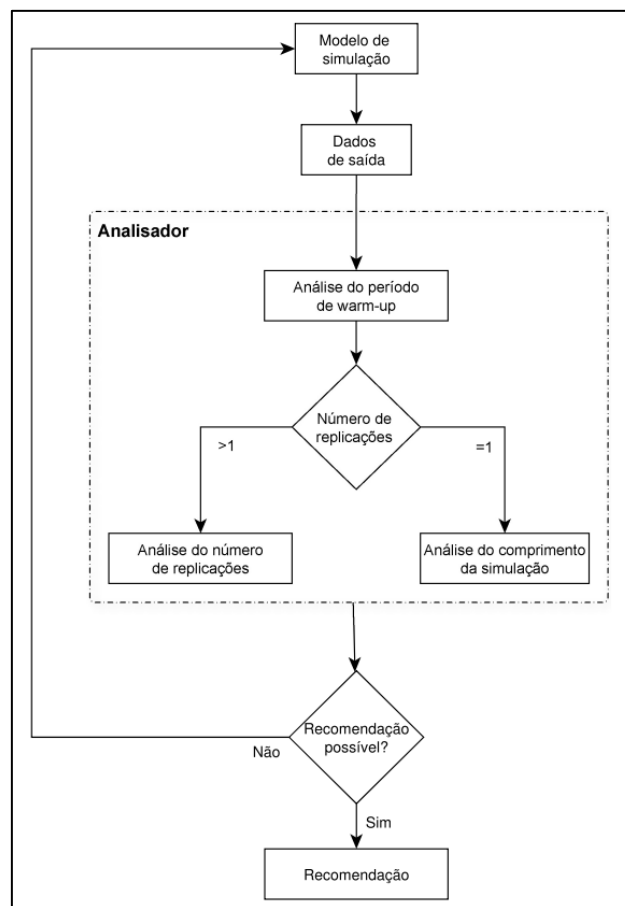


Figura 6 - Visão geral do procedimento de análise automatizada (Robinson, 2005)

3.2 Proposta de metodologia para a seleção de parâmetros de simulação

Neste subcapítulo é apresentada a metodologia proposta para esta dissertação, que é possível verificar através da Figura 7. Esta metodologia é baseada em métodos e heurísticas existentes na literatura e é caracterizada pela escolha de métodos bastantes intuitivos e de fácil utilização.

Esta metodologia é iniciada com os dados de entrada da simulação, ou seja, o utilizador define, num modelo de simulação, os tempos iniciais de cada produto, processo e deslocações. Depois de definidos os primeiros dados, o utilizador terá também que escolher o número de replicações inicial, o período *warm-up* inicial e o tempo da simulação.

Depois de definidos todos os parâmetros acima descritos, o modelo é corrido e após a conclusão da simulação, são gerados os primeiros dados de saída, definidos na metodologia como “dados de saída preliminares”.

Após os dados de saída preliminares estarem definidos automaticamente pelo sistema, o utilizador terá de definir dois pontos muito importantes. O primeiro é, através de um gráfico, definir o melhor período *warm-up*. O segundo é, através de uma decisão meramente do utilizador, escolher se pretende uma simulação com mais do que uma replicação ou uma simulação de uma só replicação, mas esta com uma duração de simulação superior. Na segunda decisão, quer o utilizador escolha mais do que uma replicação ou apenas uma só, o mesmo terá que os estimar com recurso a cálculos estatísticos muito simples e através da análise de gráficos.

Depois de definidos o período de *warm-up* e o número de replicações, o modelo irá ser corrido novamente, desta vez com os valores definidos e propostos pelo utilizador. Se os dados de saída forem satisfeitos e os pretendidos, a simulação e o processo acabam nesse ponto. Se não, o processo volta ao ponto do modelo de simulação e é reiniciado a partir dessa etapa.

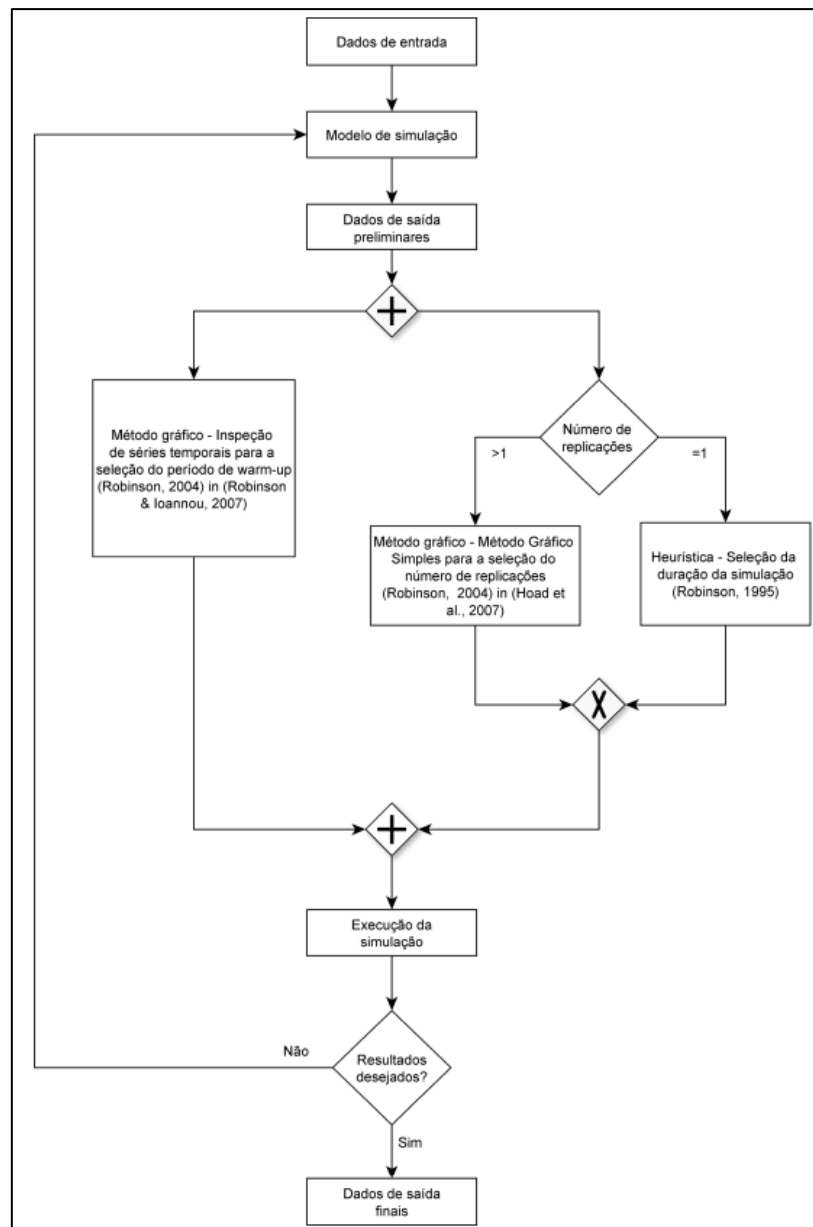


Figura 7- Fluxo da metodologia proposta

Nesta metodologia são abordados os três parâmetros propostos para esta dissertação, são eles o período *warm-up*, o número de replicações e a duração da simulação. Para cada um deles foi definido um método ou heurística já mencionados no capítulo 2 desta dissertação. Seguidamente, é justificada a escolha dos métodos representados na metodologia proposta (Figura 7).

- ***Warm-up: Inspeção de séries temporais para a seleção do período warm-up (Robinson, 2004) in (Robinson & Ioannou, 2007)***

Para a seleção do período *warm-up*, foi escolhido o método de inspeção de séries temporais através de um gráfico devido à sua simplicidade. O período *warm-up* é selecionado pelo utilizador com o auxílio de um gráfico. Nesse gráfico será possível

verificar a curva da simulação e o utilizador terá apenas que interpretar e perceber em que ponto os dados passam da fase de transição para a fase estacionária.

- **Número de replicações: Método Gráfico Simples (Simple Graphical Method) (Robinson, 2004) in (Hoad et al., 2007)**

O número de replicações de uma simulação não é um tema tão abundante e falado na bibliografia como é o caso do período warm up. No entanto o método proposto por (Robinson, 2004 in (Hoad et al., 2007)) é o método mais simples e prático e que se enquadra na ideologia da metodologia proposta nesta dissertação.

- **Duração da simulação: Heurística (Robinson, 1995)**

Apesar de a heurística usada para o cálculo da duração da simulação ter sido criada e apresentada num documento de 1995 (Robinson, 1995), é uma heurística de fácil implementação e compreensão e por isso ter sido escolhida para a metodologia proposta nesta dissertação. A maior vantagem desta metodologia comparativamente às metodologias descritas no subcapítulo anterior é a simplicidade de implementação.

3.3 Implementação e Validação da metodologia

A metodologia proposta nesta dissertação foi testada num modelo de uma linha de produção constituída por 4 máquinas em série. O modelo desenvolvido é meramente académico e não representa nenhuma situação real. Na Figura 8 é apresentado o modelo lógico, onde o utilizador parametriza todos os valores do modelo como: entidades de entrada, tempos de processos, tempos de rotas, entre outros.

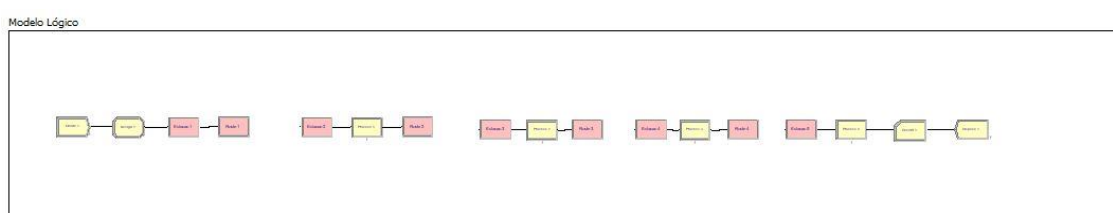


Figura 8 - Modelo Lógico

No modelo lógico foram usados os processos apresentados na Tabela 2.

Módulo	Descrição
Create	Gerar entidades para o modelo
Assign	Atribuir valores a variáveis
Station	Ponto do modelo para onde as entidades são transferidas
Route	Transferir entidades de uma estação para outra

<i>Process</i>	Configurar recursos
<i>Record</i>	Recolher estatísticas
<i>Dispose</i>	Eliminar as entidades do modelo

Tabela 2 - Processos do *software* Arena

Olhando ao pormenor para o modelo lógico, o mais importante na definição de todos os valores, este será dividido em cinco partes mais pequenas para que seja possível explicar de uma forma mais sucinta que processos e valores foram usados em cada um deles.

- Parte 1

Na Figura 9 é apresentada a primeira parte do modelo lógico e na Tabela 3 os valores usados em cada um dos processos.

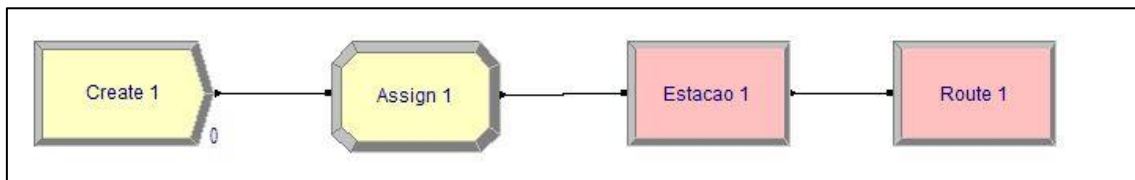


Figura 9 - Modelo lógico (Parte 1)

Módulo	Valores	Comentários
<i>Create 1</i>	1 entidade a cada 60 segundos seguindo uma distribuição Normal N(60,15)	Permitirá que o sistema crie 1 entidade a cada 1 min da simulação com um desvio padrão de 15 segundos
<i>Assign 1</i>	TNOW	Tempo de simulação
<i>Estacao 1</i>	<i>Station 1</i>	Primeira estação da simulação
<i>Route 1</i>	1min	Permitirá a transferência das entidades da Estação “Estacao 1” para a Estação “Estacao 2”.

Tabela 3 - Modelo lógico (Parte 1)

- Parte 2

Na Figura 10 é apresentada a segunda parte do modelo lógico e na Tabela 4 os valores usados em cada um dos processos.

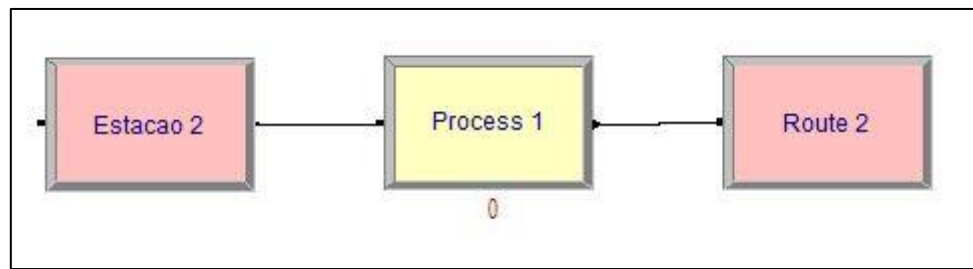


Figura 10 - Modelo lógico (Parte 2)

Módulo	Valores	Comentários
Estacao 2	Station 2	Segunda estação da simulação
Process 1	10min seguindo uma distribuição Normal N(10,5)	É usado um dos quatro recursos do processo
Route 2	1min	Permitirá a transferência das entidades da Estação “Estacao 2” para a Estação “Estacao 3”.

Tabela 4 - Modelo lógico (Parte 2)

- Parte 3

Na Figura 11 é apresentada a segunda parte do modelo lógico e na Tabela 5 os valores usados em cada um dos processos.

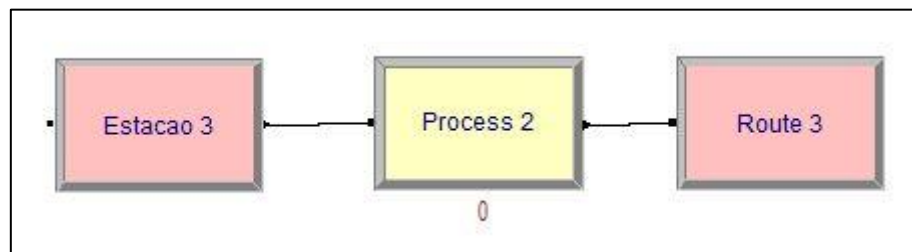


Figura 11 - Modelo lógico (Parte 3)

Módulo	Valores	Comentários
Estacao 3	Station 3	Terceira estação da simulação
Process 2	15min seguindo uma distribuição Normal N(15,5)	É usado um dos quatro recursos do processo
Route 3	1min	Permitirá a transferência das entidades da Estação “Estacao 3” para a Estação “Estacao 4”.

Tabela 5 - Modelo lógico (Parte 3)

- Parte 4

Na Figura 12 é apresentada a segunda parte do modelo lógico e na Tabela 6 os valores usados em cada um dos processos.

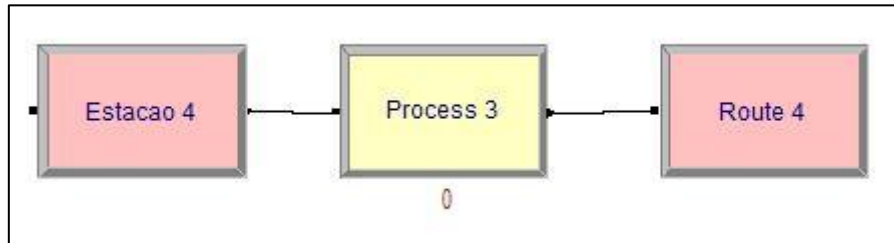


Figura 12 - Modelo lógico (Parte 4)

Módulo	Valores	Comentários
Estacao 4	Station 4	Quarta estação da simulação
Process 3	10min seguindo uma distribuição Normal N(10,5)	É usado um dos quatro recursos do processo
Route 4	1min	Permitirá a transferência das entidades da Estação “Estacao 4” para a Estação “Estacao 5”.

Tabela 6 - Modelo lógico (Parte 4)

- Parte 5

Na Figura 13 é apresentada a segunda parte do modelo lógico e na Tabela 7 os valores usados em cada um dos processos.

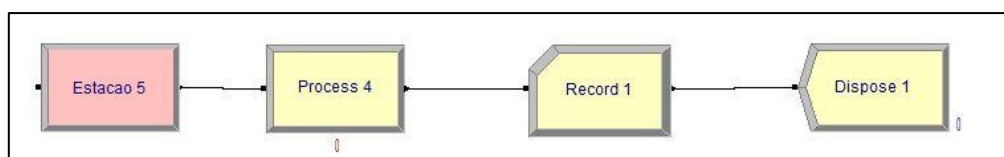


Figura 13 - Modelo lógico (Parte 5)

Módulo	Valores	Comentários
Estacao 5	Station 5	Quinta estação da simulação
Process 4	10min seguindo uma distribuição Normal N(10,5)	É usado um dos quatro recursos do processo
Record 1	Conta	Permitirá saber a quantidade de entidades que passam naquele ponto do processo
Dispose 1	-	Local onde todas as entidades são colocadas

Tabela 7 - Modelo lógico (Parte 5)

Para além do modelo lógico geral (Figura 8), foi criado outro pequeno modelo lógico (Figura 14) que irá permitir gravar a quantidade de peças produzidas a 24 horas de simulação (mesmo que o tempo geral da simulação seja contínuo e de 50 dias, por exemplo) e foi criado porque é um dos pontos fundamentais para a estimação da duração da simulação.

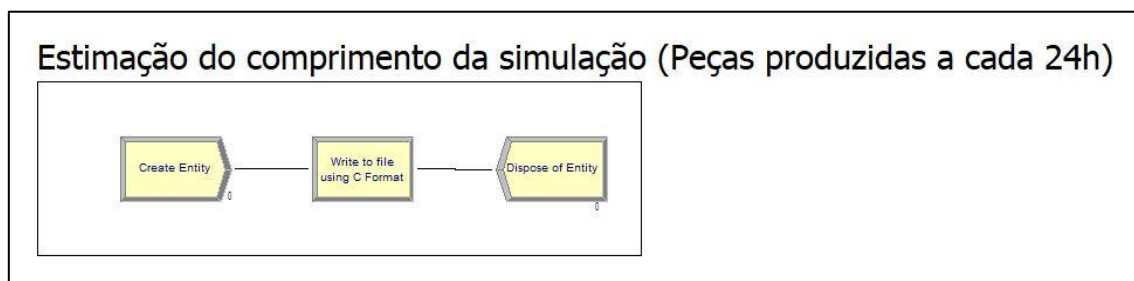


Figura 14 - Modelo lógico para auxiliar a estimação da duração da simulação

Como podemos verificar na Tabela 8, este modelo é composto por um módulo “Create”, um módulo “ReadWrite” e um módulo “Dispose”.

Módulo	Valores	Comentários
<i>Create</i>	Uma entidade a cada 24h	Permitirá criar uma entidade, neste caso apenas usada para gravação de um ou mais valores
<i>ReadWrite</i>	TNOW e NC(Conta)	Permitirá gravar automaticamente para um ficheiro de texto os valores de TNOW e NC(Conta), ou seja, o valor do tempo (a cada 24h) e as peças produzidas naquele tempo definido.
<i>Dispose</i>	-	Eliminação das entidades

Tabela 8 – Dados do modelo lógico para auxiliar a estimação da duração da simulação

Na Figura 15 é apresentado o modelo animado desenvolvido na âmbito desta dissertação.

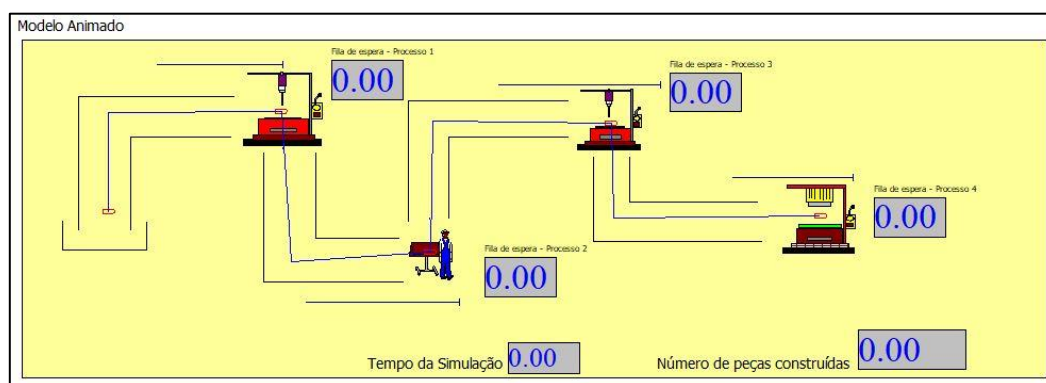


Figura 15 - Modelo Animado (Arena)

3.3.1 Aplicação do método “Inspeção de séries temporais” para a seleção do período *warm-up* (Robinson, 2004) in (Robinson & Ioannou, 2007)

Para a estimação do período *warm-up*, como indicado no capítulo 3.2., foi escolhido o método “Inspeção de séries temporais”. Este é um método de grande facilidade de compreensão e de execução, sendo assim o método ideal para a metodologia proposta.

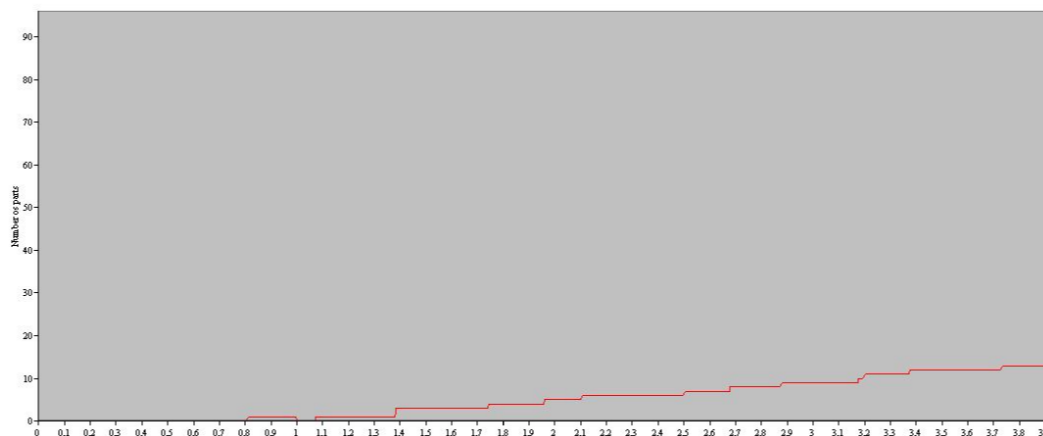


Figura 16 - Gráfico para a estimação do período *warm-up*

Uma vez que é um método gráfico, foi necessário criar um gráfico no *software Arena* (Figura 16) para que através apenas desse *software*, seja possível estimar o período *warm-up*. No eixo dos X's é representado o tempo, com o mínimo de 0 horas e um máximo de 30 horas, uma vez que inicialmente o estudo é feito para 24 horas. Este tempo é intervalado de 0.1 em 0.1 horas para ser possível ter mais pormenor na escolha do período *warm-up*. No eixo dos Y's é representado o número de peças produzidas. Através do gráfico ampliado da Figura 16 (ver Figura 17), é possível verificar ao pormenor que até ao período entre as 0.8 horas e as 0.9 horas nenhuma peça é produzida, significando assim que o sistema se encontrava em estado transitório e não em estado estacionário.

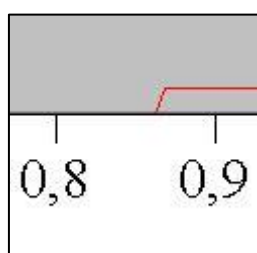


Figura 17 – Gráfico ampliado para estimação do período *warm-up*

Na Tabela 9 são apresentados 5 cenários com diferentes períodos de *warm-up*, considerando um período de simulação para efeitos estatísticos de 24 horas. Assim, como a primeira peça só é produzida após 0.8 horas (ver Figura 17) e considerando os dados da Tabela 9 estimou-se que a duração do período *warm-up* deveria ser de 1 hora.

Período <i>warm-up</i> (horas)	Peças produzidas
0	98
0.5	101
1	101
1.5	101
2	101

Tabela 9 – Número de peças produzidas para um período de simulação de 24 horas

3.3.2 Aplicação da heurística para a seleção da duração da simulação (Robinson, 1995)

Para a estimação da duração da simulação foi escolhida uma heurística proposta por Stewart Robinson (Robinson, 1995). Esta heurística consiste na execução de três replicações com uma duração de simulação grande. De seguida, através da equação 30, foi calculada a convergência para estimar melhor a duração da simulação. Foi usado o período de 70 dias para cada uma das três simulações. Na Tabela 10 é possível verificar o resultado das três replicações efetuadas.

$$C_i = \frac{\max(\bar{X}_{i1}, \bar{X}_{i2}, \bar{X}_{i3}) - \min(\bar{X}_{i1}, \bar{X}_{i2}, \bar{X}_{i3})}{\min(\bar{X}_{i1}, \bar{X}_{i2}, \bar{X}_{i3})}$$

(Equação 30)

	Replicação 1		Replicação 2		Replicação 3		
Dia	Nº de peças produzidas	Média cumulativa das peças produzidas	Nº de peças produzidas	Média cumulativa das peças produzidas	Nº de peças produzidas	Média cumulativa das peças produzidas	Convergência
1	101	101,0	92	92,0	93	93,0	9,78%
2	98	99,5	101	96,5	90	91,5	8,74%
3	94	97,7	97	96,7	95	92,7	5,40%
4	101	98,5	95	96,3	94	93,0	5,91%
5	90	96,8	94	95,8	98	94,0	2,98%
6	105	98,2	99	96,3	94	94,0	4,43%
7	94	97,6	92	95,7	99	94,7	3,02%
8	99	97,8	86	94,5	98	95,1	3,44%
9	97	97,7	102	95,3	93	94,9	2,93%
10	97	97,6	98	95,6	95	94,9	2,85%

11	100	97,8	97	95,7	96	95,0	2,97%
12	96	97,7	92	95,4	98	95,3	2,54%
13	99	97,8	93	95,2	92	95,0	2,91%
14	94	97,5	95	95,2	94	94,9	2,71%
15	98	97,5	101	95,6	94	94,9	2,81%
16	91	97,1	98	95,8	94	94,8	2,44%
17	94	96,9	91	95,5	100	95,1	1,92%
18	91	96,6	97	95,6	97	95,2	1,46%
19	96	96,6	96	95,6	96	95,3	1,38%
20	98	96,7	94	95,5	94	95,2	1,52%
21	97	96,7	98	95,6	95	95,2	1,55%
22	98	96,7	97	95,7	96	95,2	1,58%
23	92	96,5	97	95,7	97	95,3	1,28%
24	94	96,4	89	95,5	98	95,4	1,05%
25	95	96,4	94	95,4	93	95,3	1,09%
26	100	96,5	96	95,4	100	95,5	1,13%
27	98	96,6	95	95,4	96	95,5	1,20%
28	91	96,4	95	95,4	98	95,6	1,01%
29	95	96,3	97	95,4	98	95,7	0,90%
30	100	96,4	96	95,5	93	95,6	1,01%
31	96	96,4	93	95,4	92	95,5	1,08%
32	94	96,3	94	95,3	99	95,6	1,05%
33	90	96,2	99	95,5	94	95,5	0,73%
34	92	96,0	99	95,6	101	95,7	0,49%
35	97	96,1	98	95,6	96	95,7	0,45%
36	97	96,1	91	95,5	90	95,6	0,61%
37	94	96,0	90	95,4	95	95,5	0,71%
38	94	96,0	95	95,3	100	95,7	0,66%
39	94	95,9	94	95,3	94	95,6	0,65%
40	100	96,0	96	95,3	95	95,6	0,73%
41	100	96,1	97	95,4	98	95,7	0,79%
42	98	96,2	91	95,3	96	95,7	0,95%
43	88	96,0	95	95,3	94	95,6	0,76%
44	100	96,1	88	95,1	94	95,6	1,03%
45	102	96,2	91	95,0	98	95,6	1,26%
46	95	96,2	97	95,0	99	95,7	1,19%
47	100	96,3	89	94,9	100	95,8	1,41%
48	87	96,1	92	94,9	94	95,8	1,27%
49	98	96,1	101	95,0	96	95,8	1,18%
50	96	96,1	94	95,0	95	95,8	1,20%
51	98	96,1	100	95,1	94	95,7	1,13%

52	91	96,0	95	95,1	94	95,7	1,03%
53	96	96,0	97	95,1	98	95,7	0,99%
54	94	96,0	98	95,1	93	95,7	0,90%
55	91	95,9	90	95,1	97	95,7	0,90%
56	100	96,0	92	95,0	98	95,8	1,03%
57	99	96,0	94	95,0	96	95,8	1,11%
58	96	96,0	95	95,0	95	95,7	1,11%
59	100	96,1	91	94,9	95	95,7	1,25%
60	95	96,1	101	95,0	94	95,7	1,12%
61	97	96,1	87	94,9	99	95,8	1,28%
62	97	96,1	94	94,9	95	95,7	1,31%
63	96	96,1	100	95,0	92	95,7	1,22%
64	102	96,2	99	95,0	91	95,6	1,25%
65	97	96,2	98	95,1	91	95,5	1,21%
66	93	96,2	94	95,0	96	95,5	1,18%
67	93	96,1	93	95,0	92	95,5	1,16%
68	98	96,1	93	95,0	97	95,5	1,22%
69	93	96,1	95	95,0	91	95,4	1,17%
70	94	96,1	94	95,0	99	95,5	1,16%

Tabela 10 - Estimação da duração da simulação

Só é possível fazer com que os valores variem a cada simulação no *software Arena* usando sementes (*seeds*). Estas sementes fazem com que os valores dos desvios padrões, a cada simulação, sejam gerados de forma aleatória. De outra forma, os resultados seriam iguais entre simulações. Para usar as sementes no *software*, e no caso do modelo de simulação em estudo que usa apenas expressões de distribuição Normal, é necessário usar o terceiro campo da expressão (ver Figura 18), ou seja, a expressão da distribuição normal é NORM (média, desvio padrão, nº semente). Este número é completamente aleatório e pode ser usado da mesma forma. O importante é que a cada simulação este terceiro campo seja alterado para qualquer outro valor.



Figura 18 - Número de sementes

Analisando a Tabela 10 e considerando uma convergência de 2.5% e 1%, a duração da simulação deve estar compreendida entre 16 e 28 dias para se conseguir obter resultados fiáveis no estudo de simulação.

3.3.3 Aplicação do método “Método Gráfico Simples” (Robinson, 2004) in (Hoad et al., 2007)

Para a estimação do número de replicações foi usado o “Método Gráfico Simples” (Robinson, 2004) in (Hoad et al., 2007) que tem como grande vantagem a sua facilidade de compreensão e implementação. Usando uma folha de excel juntamente com os valores extraídos do *software Arena* é possível estimar o número de replicações.

O método consiste em realizar uma série de simulações e traçar as médias cumulativas de uma variável de saída escolhida (no caso em estudo considerou-se o número de peças produzidas) variando o número de replicações. Quando, através de um gráfico, a linha das médias cumulativas começar a estabilizar, pode-se então concluir que o número de replicações a considerar é o número correspondente à primeira média cumulativa da linha reta. Na Tabela 11 apresenta-se o valor da média cumulativa das peças produzidas em função do número de replicações. Na Figura 19 é mostrado o gráfico correspondente à Tabela 11.

Replicações	Média Cumulativa nº de peças
1	96,0
2	94,5
3	95,7
4	95,3
5	95,2
6	95,7
7	95,4
8	95,9
9	96,0
10	95,9
11	95,9
12	96,4
13	96,2
14	96,1
15	95,8
16	95,9
17	95,6
18	95,5
19	95,3
20	95,6
21	95,6
22	95,7
23	96,0

24	95,9
25	95,8
26	95,9
27	96,0
28	96,0
29	96,1
30	96,0
31	96,1
32	96,1
33	96,0
34	96,1
35	96,1

Tabela 11 - Estimação do número de replicações

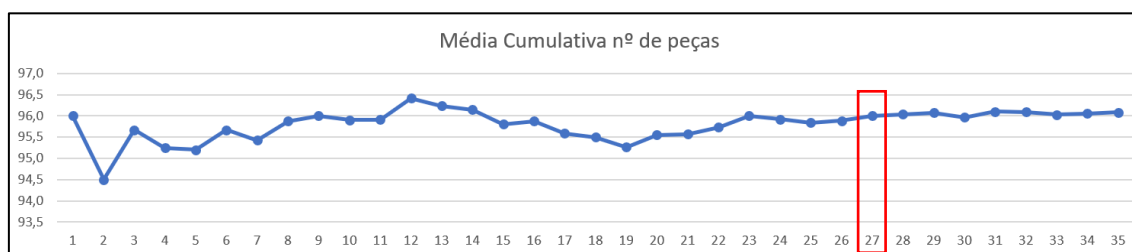


Figura 19 - Seleção do número de replicações

A análise da Figura 19 permite verificar que a partir da 27ª replicação, o valor da média cumulativa das peças produzidas estabiliza. Assim, de acordo com (Robinson, 2004) in (Hoad et al., 2007), o número de replicações a considerar deve ser de 27.

3.4 Considerações Finais

A metodologia proposta nesta dissertação é bastante intuitiva e fácil de ser implementada, mesmo por utilizadores com pouca experiência nesta área. Na Tabela 20 são apresentados os resultados obtidos para cada um dos parâmetros de simulação estudados: período *warm-up*, duração da simulação e número de replicações.

Parâmetro	Método	Autor(es)	Valor estimado
Período <i>warm-up</i>	Inspeção de séries temporais	(Robinson, 2004) in (Robinson & Ioannou, 2007)	1 hora
Duração da simulação	Heurística	Robinson (1995)	Entre 16 e 28 dias
Número de replicações	Método gráfico simples	Robinson (2004) in (Hoad et al., 2007)	27 replicações

Figura 20 - Resultados obtidos

Numa perspetiva geral, e como consideração final, é possível considerar a metodologia simples, eficaz, de fácil compreensão e que pode ser bastante útil principalmente para utilizadores comuns e com pouca experiência na área de simulação.

4. CONCLUSÕES E TRABALHOS FUTUROS

4.1 Contributos do trabalho

4.2 Dificuldades encontradas e Trabalhos futuros

4 CONCLUSÕES E TRABALHOS FUTUROS

4.1 Contributos do trabalho

O principal contributo desta dissertação foi o desenvolvimento de uma metodologia para estimar o período *warm-up*, o número de replicações e a duração do período de simulação. Esta metodologia, caracterizada pela facilidade de implementação e compreensão, foi pensada para utilizadores não experientes que num certo momento da sua vida precisassem de retirar algumas conclusões através de um modelo de simulação, quer a nível pessoal ou profissional. Como tal, a metodologia proposta baseia-se muito em contas simples facilmente feitas em *Microsoft Excel* tais como tabelas e gráficos de baixo nível de complexidade. Além disso, no âmbito deste trabalho foi feita uma ampla revisão da literatura para estimar os parâmetros de simulação em análise nesta dissertação.

4.2 Dificuldades encontradas e Trabalhos futuros

A principal dificuldade encontrada no desenvolvimento deste trabalho está relacionada com a forte componente matemática/estatística dos métodos encontrados na literatura para estimar o período *warm-up*, número de replicações e duração da simulação, que dificultou a aprendizagem do funcionamento dos métodos.

O ponto essencial a ser considerado para trabalhos futuros relativamente à metodologia proposta nesta dissertação é a automatização do processo da estimação dos parâmetros de simulação: período *warm-up*, número de replicações e duração da simulação. Assim, seria interessante automatizar os métodos usados neste trabalho, bem como automatizar outros métodos mais complexos.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Referências Bibliográficas

- Banks, J., Morgan, C. B., & Carson, J. S. (2005). Discrete-Event System Simulation. *Technometrics*, 26(2), 195. <https://doi.org/10.2307/1268124>
- Dias, L. M. S., Vieira, A. A. C., Pereira, G. A. B., & Oliveira, J. A. (2016). Discrete simulation software ranking -A top list of the worldwide most popular and used tools. *Proceedings - Winter Simulation Conference*, 0, 1060–1071. <https://doi.org/10.1109/WSC.2016.7822165>
- Ferreira, L. P., Ares, E., Peláez, G., Tjahjono, B., & Areal, J. J. (2012a). Production Planning and Control in an Automobile Closed-Loops Assembly Line. *Key Engineering Materials*, 502, 103–108. <https://doi.org/10.4028/www.scientific.net/kem.502.103>
- Ferreira, L. P., Ares, E., Peláez, G., Marcos, M., & Araújo, M. (2012b). A Methodology to Evaluate Complex Manufacturing Systems through Discrete-Event Simulation Models. *Key Engineering Materials*, 502, 7–12. <https://doi.org/10.4028/www.scientific.net/kem.502.7>
- Ferreira, L[uis]; E. Ares, G[omez]; G.C Pelaez, L[ourido] & Salgado, M[arina] (2010). Analysis of the Influence of Conveyor Speed on the Behaviour of an Automobile Assembly Line, Chapter 41 in DAAAM International Scientific Book 2010, pp. 463-470, B. Katalinic (Ed.), Published by DAAAM International, ISBN 978-3-901509-74-2, ISSN 1726-9687, Vienna, Austria DOI:10.2507/daaam.scibook.2010.41
- Ferreira L.P., Gómez E.A., Lourido G.P., Tjahjono B. (2013) Modeling a Complex Production Line Using Virtual Cells. In: Ao Si., Gelman L. (eds) *Electrical Engineering and Intelligent Systems. Lecture Notes in Electrical Engineering*, vol 130. 361-373. Springer, New York, NY. https://doi.org/10.1007/978-1-4614-2317-1_30
- Ferreira, L. P., Ares, E., Peláez, G., Resano, A., Luis-Pérez, C. J., & Tjahjono, B. (2012). Simulation of a Closed-Loops Assembly Line. *Key Engineering Materials*, 502, 127–132. <https://doi.org/10.4028/www.scientific.net/kem.502.127>
- Ferreira, Luis P., Pereira, Guilherme A., Machado, Ricardo J. Título: Geração Automática de Modelos de Simulação de uma Linha de Montagem de Auto Rádios, *Revista Investigação Operacional*, Volume 25, Nº1, pp. 37-62, ISSN 0874-5161, Publicação Semestral, Junho de 2005
- Ferreira, Luis P., Pereira, Guilherme A., Machado, Ricardo J., A Simulação como Ferramenta de Apoio à Decisão na Engenharia da Produção – O Sistema GAMS, *Actas do VI Congresso Galego de Estatística e Investigación de Operacións*, pp. 239-244, Vigo, Espanha, 5-7 de Novembro de 2003

- Ferreira, Luis P., Gómez, Enrique A., Lourido, Gustavo C. Peláez, Quintas, José Diéguez Tjahjono, Benny. Analysis and optimisation of a network of closed-loop automobile assembly line using simulation. *Int J Adv Manuf Technol* 59, 351–366 (2012) doi:10.1007/s00170-011-3502-4
- Hoad, K., Robinson, S., & Davies, R. (2010). Automating *warm-up* length estimation. *Journal of the Operational Research Society*, 61(9), 1389–1403. <https://doi.org/10.1057/jors.2009.87>
- Hoad, Kathryn, Robinson, S., & Davies, R. (2007). Automating des *output* analysis: How many replications to run. *Proceedings - Winter Simulation Conference*, 505–512, S. G. Henderson, B. Biller, M.-H. Hsieh, J. Shortle, J. D. Tew, and R. R. Barton, eds. <https://doi.org/10.1109/WSC.2007.4419641>
- Ingalls, R. G., & Mahajan, P. (2004). Evaluation of Methods Used to Detect *Warm-up* Period in Steady State Simulation. *Winter Simulation Conference*, 1, 651–659, R. G. Ingalls, M. D. Rossetti, J. S. Smith, and B. A. Peters, eds.
- Law, A. M. (2003). How to Conduct a Sucessfull Simulation Study. *Proceedings of the 2003 Winter Simulation Conference*, 66–70, S. Chick, P. J. Sanchez, D. Ferrin, and D. J. Morrice, eds.
- Pawlikowski, K. (1990). Steady-State Simulation of Queueing Processes: Survey of Problems and Solutions. *ACM Computing Surveys (CSUR)*, 22(2), 123–170. <https://doi.org/10.1145/78919.78921>
- Robinson, S. (2002). A Statistical Process Control Approach for Estimating the *Warm-up* Period. *Winter Simulation Conference*, 2, 439–446, E. Yücesan, C.-H. Chen, J.L. Snowdon and J. M. Charnes, eds.
- Robinson, Stewart. (1995). An Heuristic Technique for Selecting the Run-Length of Non-Terminating Steady-State Simulations. *Simulation Councils, Inc.*, 65(3), 170–179. <https://doi.org/10.1177/003754979506500303>
- Robinson, Stewart. (2005). Automated Analysis of Simulation *Output* Data. *Winter Simulation Conference*, 763–770, M. E. Kuhl, N. M. Steiger, F. B. Armstrong, and J. A. Joines, eds.
- Robinson, Stewart. (2007). A statistical process control approach to selecting a *warm-up* period for a discrete-event simulation. *European Journal of Operational Research*, 176(1), 332–346. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2005.07.014>
- Robinson, Stewart, Hoad, K., & Davies (2020), R. The University of Warwick. <https://warwick.ac.uk/> (consultado a 14/05/2020)
- Robinson, Stewart, & Ioannou, A. (2007). The problem of the initial transient: Techniques for estimating the *warm-up* period for discrete-event simulation models. In *Warwick Business School, University of Warwick, Coventry, UK* (pp. 1–30).

Fishman, George S. (2001). Discrete-Event Simulation: Modeling, Programming and Analysis, Springer Series in Operations Research, ISBN 978-1-4419-2892-4, ISBN 978-1-4757-3552-9 (eBook).

Shi, P., Liu, F., & Yang, M. (2011). A modified statistical process control approach for *warm-up* selection in discrete-event simulation. Advanced Materials Research, 187, 428–433. <https://doi.org/10.4028/www.scientific.net/AMR.187.428>